Так как $m_0 > 0$, при достаточно больших значениях r величина h окажется отрицательной, каково бы ни было значение m_1. Следовательно, при любом сочетании m_0 и m_1 потребитель выйдет на рынок с предложением, если процентная ставка достаточно велика.

Если $m_1 > m_0$, то при малых значениях r величина h будет положительной, так что потребитель предъявит спрос при низких процентных ставках. Если же $m_1 \le m_0$, то тем более $m_1/(1 + r) \le m_0$, и величина h не будет положительной ни при каких значениях r. Таким образом, если текущий доход больше или равен будущему, то потребитель не захочет брать деньги в долг ни при каких процентных ставках.

б) Для симметрической функции полезности карта безразличия симметрична относительно биссектрисы центрального угла, так что $MRS_{0\,1} = 1$ при $c_0 = c_1$. Условие равновесия потребителя $MRS_{0\,1} = 1 + r > 1$ может выполняться только в верхней половине карты, при $c_1 > c_0$. Пусть $m_0 > m_1$. Если бы при этом потребитель взял некоторую сумму взаймы, то оказалось бы, что $c_0 > m_0 > m_1 > c_1$. Но, как мы видели, при $c_0 > c_1$ равновесие потребителя не может иметь места. Итак, при $m_0 > m_1$ потребитель не предъявит спрос на заемные деньги ни при какой процентной ставке.

К лекции 38

1. Например, (0, 1210, 1331). При процентной ставке 10 % за период первоначальная цена равна 2000; в возрасте 1 период цена равна 2200, так что обесценение в первом периоде равно −200.

2. 0.1 в год.

3. 150 р./га·год. Арендный доход должен покрывать текущие затраты (50 р./га·год) и первоначальные затраты (1000 р./га· 0.1 год$^{-1}$ = 100 р./га·год).

4. $D_s = A_s - r{\cdot}P_{s-1}$.

Ценность в зависимости от возраста:

$$P_s = 1000 - 200s.$$

Отсюда

$$200 = A_s - 0.25[1000 - 200(s - 1)],$$

так что

$$A_s = 200 + 0.25[1000 - 200(s - 1)] = 500 - 50s.$$

Поток доходов равен (500; 450; 400; 350; 300).

К лекциям 41—42

1. Представим исходную комбинацию благ индивида 1 через избыточный спрос $X_1 = E_{X1} + 78$ и $Y_1 = E_{Y1}$. Введем избыточный спрос в функцию полезности индивида и максимизируем ее при наличии бюджетного ограничения $(P_X E_{X1} + P_Y\ E_{Y1})$.

$$V_1 = (E_{X1} + 78)\ E_{Y1} + 2(E_{X1} + 78) + 5E_{Y1} - \lambda(P_X E_{X1} + P_Y E_{Y1}).$$

Приравняем частные производные по V_1 к 0:

$$\frac{\partial V_1}{\partial E_{X1}} = E_{Y1} + 2 - \lambda P_X = 0,$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial E_{Y1}} = E_{X1} + 83 - \lambda P_Y = 0,$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial \lambda} = -(\ P_X E_{X1} + P_Y E_{Y1}) = 0.$$

Решаем систему уравнений и получаем функции избыточного спроса для индивида 1:

$$\lambda = \frac{E_{X1}+83}{P_Y} = \frac{E_{Y1}+2}{P_X}$$

$$-\ P_X E_{X1} - P_Y\ E_{Y1} = 0,$$

$$P_Y E_{Y1} + P_Y 2 = P_X E_{X1} + P_X 83,$$

$$E_{X1} = -P_Y E_{Y1}/P_X,$$

$$E_{Y1} = (P_X E_{X1} + P_X 83 - P_Y 2)/P_X,$$

$$E_{X1} = -\ (P_X E_{X1} + P_X 83 - P_Y 2)/P_X,$$

$$E_{X1} = P_Y/P_X - 41.5,$$

$$E_{Y1} = 41.5\ P_X/P_Y - 1.$$

Таким образом, избыточный спрос представлен как функции от соотношения цен. Увеличение P_X относительно P_Y уменьшит E_{X1} и увеличит E_{Y1}. Увеличение P_Y относительно P_X увеличит E_{X1} и уменьшит E_{Y1}.

Аналогичным образом поступаем с функцией полезности индивида 2.

В итоге решения новой системы уравнений получаем следующие функции избыточного спроса для индивида 2:

$$E_{X2} = 84\ P_Y/P_X - 1,$$

$$E_{Y2} = P_X/P_Y - 84.$$

В соответствии с требованиями «расчищения» рынка можно записать:

$$E_X = E_{X1} + E_{X2} = 85\ P_Y/P_X - 42.5 = 0,$$

$$E_Y = E_{Y1} + E_{Y2} = 42.5\ P_X/P_Y - 85 = 0.$$

При решении первого из уравнений имеем $P_Y/P_X = 0.5$, а при решении второго — $P_X/P_Y = 2$, что, как видно, одно и то же.

Подставляем соотношения цен в индивидуальные функции избыточного спроса и получаем

$$E_{X1} = -41;\quad E_{X2} = 82;\ E_{Y1} = 41;\quad E_{Y2} = -82.$$

Индивид 1 отдает 41 ед. блага X индивиду 2 в обмен на 82 ед. блага Y. Следовательно, парето-эффективная комбинация благ:

$$X_1 = 37,\ X_2 = 41,\ Y_1 = 82,\ Y_2 = 82.$$

2. Максимизируем прибыли каждой из фирм для нахождения равновесной ставки заработной платы.

$$\pi_A = P_X X - wl_X = 20 \cdot 10 l_X^{1/2} - wl_X,$$

$$\partial\pi_A / \partial l_X = 100 l_X^{-1/2} - w = 0 \Rightarrow l_X^{-1/2} = w/100 \Rightarrow l_X = 10000/w^2,$$

$$\pi_B = P_Y Y - wl_Y = 10 \cdot 8 l_Y^{1/2} - wl_Y,$$

$$\partial\pi_B / \partial l_Y = 40 l_Y^{-1/2} - w = 0 \Rightarrow l_Y^{-1/2} = w/40 \Rightarrow l_Y = 1600/w^2.$$

Теперь можно составить и решить следующую систему уравнений:

$$l_X = 10000/w^2,$$

$$l_Y = 1600/w^2,$$

$$l_X + l_Y = 100.$$

В результате решения получаем: $w^* = 10.77$.

Далее находим $l_X^* = 10000/10.77^2 = 86.2$ и $l_Y^* = 100 - 86.2 = 13.8$.

Отсюда $X^* = 92.85$ и $Y^* = 29.71$.

Теперь перейдем к нахождению доходов и оптимальных объемов потребления индивидов.

Мы знаем, что оптимум потребителя в экономике с ценами достигается тогда, когда $MRS_{XY}^1 = MRS_{XY}^2 = P_X/P_Y$.

Найдем $MRS_{XY}^1 = MU_X^1 / MU_Y^1 = Y^1/X^1$ и составим следующую систему уравнений:

$$Y_1/X_1 = 2,$$

$$I_1 = P_X X_1 + P_Y Y_1.$$

I_1 — сумма «трудового дохода» и прибыли от фирмы A.

«Трудовой доход» равен $50w^* = 50 \cdot 10.77 = 538.5$, $\pi_A = 20 \cdot 92.85 - 10.77 \cdot 86.2 = 1857 - 928.37 = 928.63$.

Следовательно, $I_1^* = 538.5 + 928.63 = 1467.13$.

В результате для индивида 1 можно составить следующую систему уравнений:

$$Y_1 = 2X_1,$$

$$1467.13 = 20X_1 + 10Y_1.$$

Ее решение дает $X_1^* = 36.68$; $Y_1^* = 73.36$.

Аналогичным образом поступаем и в отношении индивида 2.

$$MRS_{XY}^2 = MU_X^2 / MU_Y^2 = 3Y_2/X_2.$$

Его доход $I_2^* = \pi_B + 50w$,

$$\pi_B = 10 \cdot 29.71 - 10.77 \cdot 13.8 = 297.1 - 148.63 = 148.47,$$

$$I_2^* = 148.47 + 538.5 = 686.97.$$

Система уравнений для индивида 2:

$$Y_2 = 2/3 \cdot X_2,$$

$$686.97 = 20X_2 + 10Y_2,$$

$$X_2^* = 25.76; \; Y_2^* = 17.26.$$

Таким образом, индивиды как потребители предъявляют спрос на:

$$X_1^* + X_2^* = 36.68 + 25.76 = 62.44,$$

$$Y_1^* + Y_2^* = 73.36 + 17.26 = 90.62.$$

Следовательно, разность между суммарным производством и суммарным спросом по благам:

$$e_X^* = X^* - (X_1^* + X_2^*) = 92.85 - 62.44 = 30.5,$$

$$e_Y^* = Y^* - (Y_1^* + Y_2^*) = 29.71 - 90.62 = -61.0.$$

В результате, продав на мировом рынке часть блага X, потребители смогут полностью удовлетворить свою потребность в благе Y.

3. Условие эффективности в производстве:

$$MRTS_{LK}^X = MRTS_{LK}^Y = MP_L^X / MP_K^X = MP_L^Y / MP_K^Y.$$

Найдем его применительно к данной задаче.

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{X}{L^X}:\frac{1}{3}\cdot\frac{X}{K^X}=\frac{1}{3}\cdot\frac{Y}{L-L^X}:\frac{2}{3}\cdot\frac{Y}{K-K^X}.$$

Упростив выражение, получим

$$2\frac{K^X}{L^X}=\frac{1}{2}\cdot\frac{K-K^X}{L-L^X}. \qquad (1)$$

Теперь определим эффективную структуру продукции из условия $MRS_{XY} = MU_X/MU_Y = MRT_{XY} = MP_K^Y / MP_K^Y$.

Применительно к нашей задаче получаем

$$\frac{Y}{X}=\frac{2}{3}\cdot\frac{Y}{K-K^X}:\frac{1}{3}\cdot\frac{X}{K^X}\Rightarrow 1=\frac{2K^X}{K-K^X}\Rightarrow K^X=\frac{1}{3}K.$$

Подставляем полученное выражение для в выражение (1). Тогда

$$\frac{2\cdot 1/3K}{L^X}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2/3K}{L-L^X}.$$

Упростив выражение, получаем $^1/_2 L^X = L - L^X$, или $L^X = {}^2/_3 L$.

Таким образом, в итоге получаем $K^X = {}^1/_3 K$, $L^X = {}^2/_3 L$; $K^Y = {}^2/_3 K$, $L^Y = {}^1/_3 L$.

4. 1. Для ответа на первый вопрос нам нужно сначала найти MRS_{XY} для индивидов A и B. $MRS_{XY}^A = MU_X^A / MU_Y^A = Y / X = 2$. Аналогично находим, что $MRS_{XY}^B = 2$. Следовательно, $MRS_{XY}^A = MRS_{XY}^B$. Это означает, что для обоих индивидов ценность от потребления 1 ед. блага X равна ценности от потребления 2 ед. блага Y и оба индивида готовы пожертвовать потреблением 2 ед. блага Y ради 1 дополнительной единицы блага X.

Затем подсчитаем MRT_{XY}. Для этого найдем полный дифференциал кривой трансформации: $2XdX + 2YdY = 0$. Отсюда $MRT_{XY} = -dY/dX = X/Y = {}^1/_2$. Это значит, что перегруппировав ресурсы и сократив производство на 1 ед. блага Y можно получить взамен 2 ед. блага X.

Вывод очевиден: для парето-улучшения необходимо наращивать выпуск блага X.

К лекции 43

1. а) Строим квадрат со сторонами 21×21.

б) Из услóвий задачи находим $U_1 = 3600$ и $U_2 = 16200$. Легко представить кривые безразличия индивидов 1 и 2, например, через X_1 иX_2.

$Y_1 = 3600/\ X_1$; $Y_2 = 16200/\ X_2$.

Задавая различные значения X_1 и X_2 в интервале от 0 до 210, можно получить соответствующие им значения Y_1 и Y_2. Например, $X_1 = 30$, $Y_1 = 120$; $X_1 = 40$, $Y_1 = 90$; $X_1 = 60$, $Y_1 = 60$; $X_1 = 90$, $Y_1 = 40$; $X_1 = 120$, $Y_1 = 30$. По данным точкам можно построить кривую безразличия для индивида 1 (I_1). Аналогичным образом строится кривая безразличия для индивида 2 (I_2).

в) Область внутри кривых безразличия индивидов, включая сами кривые от одной точки их пересечения до другой.

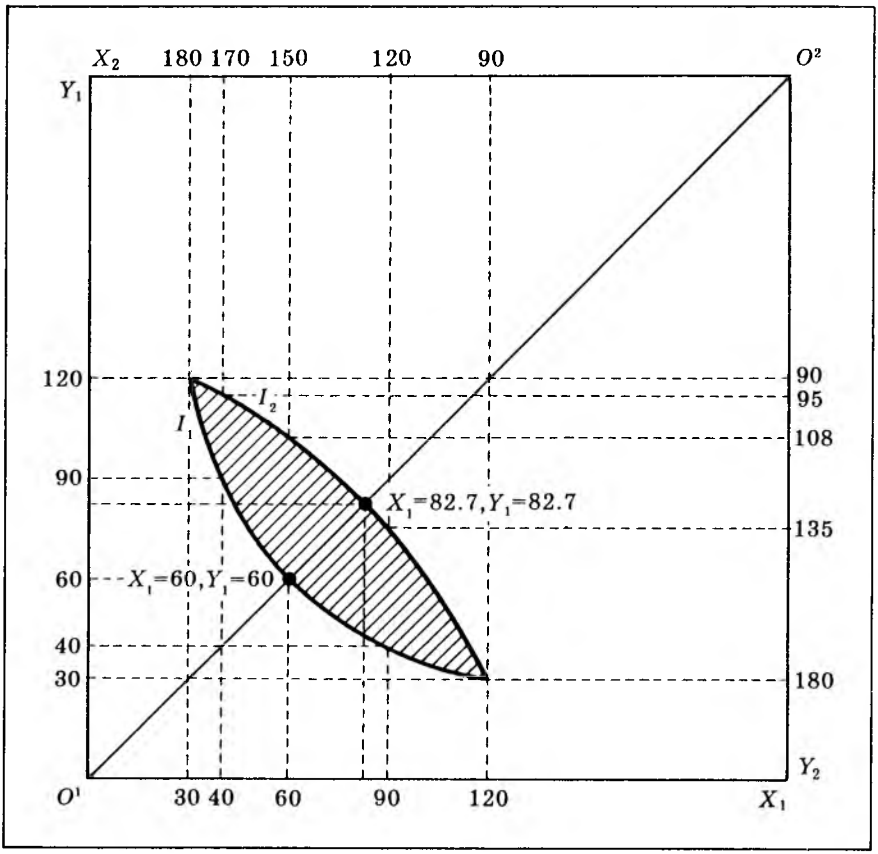

Рис. 16.

г) Для нахождения уравнения контрактной кривой надо помнить, что в любой точке этой кривой имеет место эффективность в обмене, т. е. $MRS^1_{XY} = MRS^2_{XY}$.

$MRS^1_{XY} = MU_X/MU_Y$, $MU_X = \partial U_X/\partial X = Y_1$, $MU_Y = \partial U_Y/\partial Y = X_1 \Rightarrow MRS^1_{XY} = Y_1/X_1$;

$MRS^2_{XY} = MU_X/MU_Y$, $MU_X = \partial U_X/\partial X = Y_2$, $MU_Y = \partial U_Y/\partial Y = X_2 \Rightarrow MRS^2_{XY} = Y_2/X_2$.

Далее можно записать следующую систему уравнений:

$$Y_1/X_1 = Y_2/X_2,$$
$$X_1 + X_2 = 210,$$
$$Y_1 + Y_2 = 210.$$

Отсюда получаем: $Y_1 = X_1Y_2/X_2 \Rightarrow Y_1 = X_1(210 - Y_1)/(210 - X_1) \Rightarrow 210\,Y_1 - X_1Y_1 = 210\,X_1 - X_1Y_1 \Rightarrow X_1 = Y_1$ — уравнение контрактной кривой (на рис. 16 — диагональ квадрата, представляющего коробку Эджуорта).

Аналогичный результат мы получили бы, если бы записали выражение не для Y_1, а для Y_2. Контрактная кривая также представляла бы диагональ квадрата (уравнение $X_2 = Y_2$).

д) Найдем координаты точек, в которых кривые безразличия индивидов 1 и 2, проходящие через точку изначального размещения благ, пересекают контрактную кривую.

Составим следующую систему уравнений:

$$X_1 = Y_1,$$
$$Y_1 = 3600/X_1.$$

Получаем $Y_1^2 = 3600 \Rightarrow Y_1 = 60$, $X_1 = 60$.

Аналогично

$$X_2 = Y_2,$$

$Y_2 = 16200/\,X_2 \Rightarrow Y_2 = 127.3$, $X_2 = 127.3 \Rightarrow Y_1 = 82.7$, $X_1 = 82.7$.

е) 1) Индивид 1 максимизирует свою полезность при наличии бюджетного ограничения. Используем метод Лагранжа.

$$L = U_1(X_1,Y_1) + \lambda(I_1 - P_XX_1 - P_YY_1),$$

где I_1 – бюджет индивида 1. Он находится умножением цен на количество соответствующих благ у индивида 1 при изначальном их размещении. Таким образом, $I_1 = 1 \cdot 30 + 2 \cdot 120 = 270$.

$$\partial L/\partial X_1 = \partial U_1/\partial X_1 - \lambda = 0 \Rightarrow Y_1 = \lambda,$$

$$\partial L/\partial Y_1 = \partial U_1/\partial Y_1 - 2\lambda = 0 \Rightarrow X_1 = 2\lambda,$$

$$\partial L/\partial \lambda = 270 - X_1 - 2Y_1 = 0 \Rightarrow 4\lambda = 270 \Rightarrow \lambda = 67.5.$$

$$Y_1 = 67.5; \quad X_1 = 135.$$

Индивид 2 также максимизирует свою полезность при наличии бюджетного ограничения. Используем метод Лагранжа.

$$L = U_2(X_2,Y_2) + \lambda(I_2 - P_XX_2 - P_YY_2),$$

где I_2 – бюджет индивида 2. Он находится умножением цен на количество соответствующих благ у индивида 2 при изначальном их размещении. Таким образом, $I_1 = 1 \cdot 180 + 2 \cdot 90 = 360$.

$$\partial L/\partial X_2 = \partial U_2/\partial X_2 - \lambda = 0 \Rightarrow Y_2 = \lambda,$$

$$\partial L/\partial Y_2 = \partial U_2/\partial Y_2 - 2\lambda = 0 \Rightarrow X_2 = 2\lambda,$$

$$\partial L/\partial \lambda = 360 - X_2 - 2Y_2 = 0 \Rightarrow 4\lambda = 360 \Rightarrow \lambda = 90.$$

$$Y_2 = 90; \quad X_2 = 180.$$

В итоге получаем $X_1 + X_2 = 257.5$ и $Y_1 + Y_2 = 157.5$. Таким образом, благо X окажется в дефиците, а благо Y — в избытке.

Заказанная комбинация благ не будет эффективной, так как не лежит на контрактной кривой. Уравнение контрактной кривой $X_1 = Y_1$ ($X_2 = Y_2$) предполагает, что количество единиц блага X в распоряжении любого из индивидов должно быть равно находящегося в его же распоряжении количеству единиц блага Y.

2) Проводим аналогичные расчеты при прежних величинах бюджетов и $P_X = 2$. Тогда $Y_1 = 90$, $X_1 = 90$; $Y_2 = 120$, $X_2 = 120 \Rightarrow X_1 + X_2 = 210$, $Y_1 + Y_2 = 210$. Таким образом обеспечивается общее экономическое равновесие. Одновременно заказанные комбинации благ находятся на контрактной кривой.

3) Нет, не будет. При финальном размещении благ U_1 возрастает по сравнению с изначальным на 4500 (8100 − 3600), а U_2 убывает на 1800 (16200 − 14400). Индивид 1 имеет возможность компенсировать потерю полезности индивиду 2, оставаясь при этом в выигрыше. Таким образом, имеет место потенциальное парето-улучшение (удовлетворяется критерий Калдора—Хикса).

2. Произведем подсчет полезностей каждого из индивидов в каждом из состояний.

	U^A	U^B
Состояние 0	100	100
Состояние 1	117	117
Состояние 2	81	169

Состояние 1 превосходит состояние 0 по критерию Парето. Состояние 2 превосходит состояние 0 по критерию Калдора, но не по критерию Парето (состояния 2 и 0 парето-несравнимые). Состояния 2 и 1 парето-несравнимые, но состояние 2 превосходит состояние 1 по критерию Калдора.

Простая утилитаристская функция общественной полезности для индивидов A и B есть $W = U^A + U^B$, а роулсианская функция для тех же индивидов $W = \min\{U_1, U_2\}$. В таком случае по утилитаристскому критерию состояние 1 предпочтительнее состояния 0, состояние 2 предпочтительнее состояния 0 и состояние 2 предпочтительнее состояния 1. По критерию Роулса только состояние 1 предпочтительнее состояния 0, тогда как при переходе из состояния 0 в состояние 2 общественное благосостояние не возрастает, так же как и при переходе из состояния 1 в состояние 2.

3. а) Максимаксная функция общественного благосостояния $W = \max\{U_A, U_B\} \Rightarrow$ $\Rightarrow U_A = 200$; $U_B = 0$. Максимизируется благосостояние наиболее благополучного члена общества, каковым является индивид A. В этом случае максимально возможное значение индивидуального благосостояния совпадает с максимумом общественного благосостояния. Максимизация благосостояния индивида B принесла бы только 100 ед. полезности.

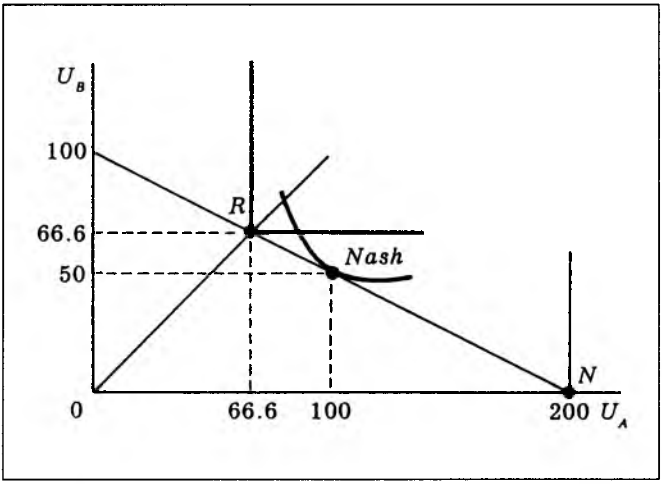

Рис. 17.

б) Критерий Роулза может быть представлен для нашего случая как $W = \min\{U_A, U_B\}$. Функция общественного благосостояния Роулса имеет излом на линии равного благосостояния (биссектрисе, выходящей из начала координат). Ее можно представить как $U_B = U_A$. С линейной границей потребительских возможностей эта функция благосостояния может касаться только в точке пересечения с линией равного благосостояния. Следовательно, у нас $U_A + 2U_B = 200$ можно представить как, например, $3U_A = 200 \Rightarrow 200/3 = 66.6 \Rightarrow U_A = 66.6$; $U_B = 66.6$.

в) Находим общественный оптимум по аналогии с максимизацией функции индивидуальной полезности при наличии бюджетных ограничений:

$$MRS_{UA,UB} = (\partial W/\partial U_A)/(\partial W/\partial U_B) = U_A^{-1}U_B = U_B/U_A;$$

$$U_B = 100 - 0.5U_A \Rightarrow \partial U_B/\partial U_A = 1/2 \Rightarrow U_B/U_A = 1/2 \Rightarrow 2U_B = $$
$$= U_A \Rightarrow 2U_A = 200 \Rightarrow U_A = 100,\ U_B = 50.$$

4) Рис. 17.

К лекции 44

1. Состояние 1 явно означает большее равенство по сравнению с состоянием 2. Состояние 3 означает большее равенство по сравнению с состоянием 2, так как к состоянию 3 можно перейти из состояния 2 через трансферты от богатых к бедным.

Для сравнения состояний 1 и 3 воспользуемся индексом Аткинсона с заданными по условиям задачи значениями e, равными $^1/_2$ и 2, и коэффициентом Джини (G).

Индекс Аткинсона: $I_A = 1 - Y_e/\overline{Y}$, где $Y_e = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i^{1-e}\right)^{1/1-e}$, а $\overline{Y}$ — средняя арифметическая величина дохода: $\overline{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$.

При состоянии 1 при $e = 0.5$ $Y_e = \left(\frac{2^{0.5} + 2^{0.5} + 8^{0.5}}{3}\right)^2 = 3.53,$

$$I_A = 1 - 3.53/4 = 1 - 0.88 = 0.12.$$

При $e = 2$ $Y_e = \left(\frac{2^{-1} + 2^{-1} + 8^{-1}}{3}\right)^{-1} = 2.66.$

$I_A = 1 - 2.66/4 = 1 - 0.67 = 0.33.$

Коэффициент Джини удобно рассчитать по формуле

$$G = 1 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2\overline{Y}}(Y_1 + 2Y_2 + \ldots + nY_n),$$

где Y_1 – доход самого богатого; Y_2 – доход следующего по богатству индивида и т. д.

Для состояния 1: $G = 1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2 \cdot 4}(8 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2) = 0.33.$

Для состояния 3 при $e = 0.5$ $Y_e = \left(\frac{1^{0.5} + 5^{0.5} + 6^{0.5}}{3}\right)^2 = 3.61,$

$$I_A = 1 - 3.61/4 = 1 - 0.90 = 0.10.$$

При $e = 2$ $Y_e = \left(\frac{1^{-1} + 5^{-1} + 6^{-1}}{3}\right)^{-1} = 2.17,$

$$I_A = 1 - 2.17/4 = 1 - 0.54 = 0.46.$$

Для состояния 3: $G = 1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2 \cdot 4}(6 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 1) = 0.27.$

Состояние	Индекс Аткинсона		Коэффициент Джини
	$e = 0.5$	$e = 2$	
1	0.12	0.33	0.33
3	0.10	0.46	0.27

Коэффициент Джини дает однозначный результат — состояние 3 означает меньшее неравенство. Что же касается индекса Аткинсона, то здесь многое зависит от значения e, которое, как известно, показывает меру неприятия обществом неравенства доходов (чем больше значение e, тем больше это неприятие). Отсюда мы видим противоположные результаты при сравнении состояний 1 и 3 с помощью индекса Аткинсона. При $e = 0.5$ состояние 3 означает большее равенство по сравнению с состоянием 1, а при $e = 2$, наоборот.

К лекции 45

1. а) Если каждая фирма действует независимо, то частные предельные издержки (MC_1 и MC_2) просто приравниваются к ценам.

$$P_1 = MC_1 \Rightarrow 2 = Q_1/50 \Rightarrow Q_1 = 100.$$
$$P_2 = MC_2 \Rightarrow 3 = 2Q_2/100 \Rightarrow Q_2 = 150.$$

б) Объединенная фирма максимизирует свою прибыль как разность между общей выручкой и суммарными издержками.

$$\pi = 2Q_1 + 3Q_2 - Q_1^2/100 - Q_2^2/100 + Q_1,$$

$$\partial\pi/\partial Q_1 = 2 - 2Q_1/100 + 1 = 0 \Rightarrow Q_1 = 150.$$

$$\partial\pi/\partial Q_2 = 3 - 2Q_2/100 = 0 \Rightarrow Q_2 = 150.$$

в) Полные общие издержки пасеки (TSC_1) должны учитывать ее влияние на снижение издержек выращивания яблок.

$$TSC_1 = Q_1^2/100 - Q_1.$$

Тогда предельные общественные издержки (MSC_1) можно приравнять к цене и получить общественно эффективный выпуск:

$$MSC_1 = 2Q_1/100 - 1 = 2 \Rightarrow Q_1^* = 150.$$

Чтобы вывести пасеку на общественно эффективный выпуск, можно предоставить ей субсидию на единицу продукции (s). Ее надо вычесть из частных предельных издержек:

$$MC_1 = Q_1/50 \Rightarrow Q_1/50 - s = 2 \Rightarrow s = 1.$$

2. а) Приравниваем предельные затраты каждого хозяйства к цене и находим выпуск и прибыль при раздельном хозяйствовании:

$$P_1 = MC_1, \quad 15 = 0.2Q_1 + 5 \Rightarrow Q_1 = 50,$$

$$P_2 = MC_2, \quad 15 = 0.4Q_2 + 7 \Rightarrow Q_2 = 20.$$

$$\pi_1^0 = P_1Q_1 - TC_1 = 15\cdot 50 - 0.1\cdot 50^2 - 5\cdot 50 + 0.1\cdot 20^2 = 290,$$

$$\pi_2^0 = P_2Q_2 - TC_2 = 15\cdot 20 - 0.2\cdot 20^2 - 7\cdot 20 - 0.025\cdot 50^2 = 17.5.$$

б) С тем чтобы определить оптимальный налог и субсидию на единицу продукции, сначала нужно найти общественно оптимальную величину выпуска для первого и второго хозяйств. Она находится путем приравнивания к цене предельных *общественных* затрат (MSC). Предельные общественные затраты первого хозяйства учитывают негативный внешний эффект, который его деятельность оказывает на затраты второго, т. е. $0.025\,Q_1^2$. Предельные общественные затраты второго хозяйства, напротив, исключают положительный внешний эффект, который его деятельность оказывает на затраты первого, т. е. $0.1\,Q_2^2$. Тогда

$$MSC_1 = P_1, \quad 0.2Q_1 + 5 + 0.05Q_1 = 15 \Rightarrow Q_1^* = 40,$$

$$MSC_2 = P_2, \quad 0.4Q_2 + 7 - 0.2Q_2 = 15 \Rightarrow Q_2^* = 40.$$

Теперь подсчитаем, какую величину нужно добавить к предельным затратам первого хозяйства (иначе говоря, каким налогом обложить каждую единицу его продукции) и какую величину необходимо вычесть из предельных затрат второго (иначе говоря, какую субсидию предоставить на каждую единицу его продукции) с тем, чтобы и первое, и второе хозяйства вышли на оптимальный выпуск в 40 ед.

$$0.2Q_1 + 5 + t = 15 \Rightarrow t = 15 - 5 - 0.2\cdot 40 = 2,$$

$$0.4Q_2 + 7 - s = 15 \Rightarrow s = 0.4\cdot 40 - 15 + 7 = 8.$$

в) В целях определения величины неискажающего налога сначала необходимо рассчитать прибыль (убыток), которую(ый) получат хозяйства, если будут выпускать общественно эффективный объем продукции (при отсутствии корректирующих налогов и субсидий), т. е. по 40 ед. каждое. Для этого из общей выручки от ее реализации надо вычесть затраты хозяйств.

$$\pi_1^* = P_1 Q_1^* - (0.1Q_1^{*2} + 5Q_1^* - 0.1Q_2^{*2}) = 15\cdot 40 - (0.1\cdot 40^2 + 5\cdot 40 + 0.1\cdot 40^2) =$$
$$= 600 - (160 + 200 - 160) = 400.$$

$$\pi_2^* = P_2 Q_2^* - (0.2Q_2^{*2} + 7Q_2^* + 0.025Q_1^{*2}) = 15\cdot 40 - (0.2\cdot 40^2 + 7\cdot 40 + 0.025\cdot 40^2) =$$
$$= 600 - (320 + 280 + 40) = -40.$$

Таким образом, общественно эффективный выпуск невыгоден второму хозяйству.

При определении величины неискажающего налога необходимо исходить из того, что он должен так перераспределить прибыль между хозяйствами, чтобы каждое из них имело, как минимум, прежнюю величину прибыли (полученную при раздельном хозяйствовании). Легко заметить, что передача от фирмы 1 фирме 2 суммы большей (или равной) 57.5 [(17.5 – (–40))] и меньшей (или равной) 110 (400 – 290) приведет к парето-улучшению. Для хозяйств после введения потоварных налогов и субсидий неискажающие налоги (T_1 и T_2) рассчитываются как:

$$T_1 = \pi_1^* - \pi_1^0 - tQ_1^* = 400 - 290 - 80 = 30,$$

$$T_2 = \pi_2^* - \pi_2^0 + sQ_2^* = -40 - 17.5 + 320 = 262.5 \Rightarrow T = T_1 + T_2 =$$
$$= 30 + 262.5 = 292.5.$$

У первого хозяйства неискажающий налог отбирает часть прибыли при общественно эффективном выпуске за вычетом прежней прибыли и уплаченных потоварных налогов. У второго хозяйства этот налог отбирает часть субсидии за вычетом прежней прибыли и потери прибыли от общественно эффективного выпуска.

Так как прибыли хозяйств остаются неизменными, то уровень полезности, получаемый хозяйствами, не меняется. Чистая общественная выгода (так называемый общественный дивиденд) определяется как чистые налоговые поступления:

$$\Delta W = tQ_1^* - sQ_2^* + T_1 + T_2 = 52.5.$$

Эта сумма может быть использована для улучшения положения какого-либо из хозяйств или разделена между ними в какой-нибудь пропорции. Обратите внимание, что она в точности равна рассчитанному выше интервалу, в котором перераспределение прибыли между хозяйствами ведет к парето-улучшению (110 – 57.5 = = 52.5).

г) После объединения двух ранее самостоятельных хозяйств в одно прибыль определяется как:

$$\pi = 15(Q_1 + Q_2) - 0.125Q_1^2 - 5Q_1 - 0.1Q_2^2 - 7Q_2.$$

Максимизируем прибыль. Находим частные производные и приравниваем к нулю:

$$\partial\pi / \partial Q_1 = 15 - 0.25Q_1 - 5 = 0,$$

$$\partial\pi / \partial Q_2 = 15 - 0.20Q_2 - 7 = 0.$$

Отсюда $Q_1 = 40$; $Q_2 = 40$ (следовательно, совокупный выпуск равен 80) и совокупная прибыль — $\pi = 360$. Прирост прибыли по сравнению с прибылью при раздельном хозяйствовании составил $\Delta\pi = 360 - (290 + 17.5) = 52.5$. Этот прирост равен чистой общественной выгоде («общественному дивиденду») от использования неискажающих налогов и трансфертов. Это говорит о том, что объединение хозяйств есть столь же эффективный способ превращения внешних эффектов во внутренние, что и использование корректирующих налогов и субсидий в сочетании с неискажающим налогообложением.

3. а) Приравниваем частные предельные издержки фирм 1 и 2 к ценам и находим соответствующие значения выпуска:

$$MC_1 = 4Q_1 + 20 - 2Q_2 = 240,$$
$$MC_2 = 6Q_2 + 60 = 240.$$

Отсюда $Q_1 = 70$, $Q_2 = 30$.

б) Предельные общественные затраты фирмы 1 совпадают с ее частными предельными затратами (она является не создателем, а получателем положительного внешнего эффекта от фирмы 2). В то же время предельные общественные затраты фирмы 2 должны учесть создаваемый ею положительный внешний эффект для фирмы 1.

Отсюда

$$MSC_1 = 4Q_1 + 20 - 2Q_2 = 240,$$
$$MSC_2 = -2Q_1 + 6Q_2 + 60 = 240.$$

Следовательно, $Q_1^* = 84$, $Q_2^* = 58$.

Обратите внимание на то обстоятельство, что наличие положительного внешнего эффекта сделало общественно желательным расширение выпуска обеими фирмами.

в) Достаточно предоставить потоварную субсидию производителю положительного внешнего эффекта:

$$6Q_2 + 60 - s_2 = 240.$$

При $Q_2^* = 58$ $s_2 = 168$.

При общественно эффективном выпуске фирмы 2 фирма 1 увеличивает выпуск до общественно эффективного уровня автоматически, без каких-либо субсидий, так как производимый фирмой 2 положительный внешний эффект снижает ее частные предельные издержки. В этом легко убедиться:

$$4Q_1 + 20 - 2Q_2 - s_1 = 240.$$

При $Q_2^* = 58$ и $Q_1^* = 84$ $s_1 = 0$.

г) Когда фирмы максимизируют свои прибыли без введения корректирующей субсидии, то их прибыли:

$$\pi_1 = PQ_1 - TC_1 = 240{\cdot}70 - 2{\cdot}70^2 - 20{\cdot}70 + 2{\cdot}70{\cdot}30 = 9800,$$
$$\pi_2 = PQ_2 - TC_2 = 240{\cdot}30 - 3{\cdot}30^2 - 60{\cdot}30 = 2700.$$

Прибыли фирм в случае выпуска общественно эффективных объемов продукции без субсидии:

$$\pi_1^* = PQ_1^* - TC_1 = 240{\cdot}84 - 2{\cdot}84^2 - 20{\cdot}84 + 2{\cdot}84{\cdot}58 = 14112,$$

$$\pi_2^* = PQ_2^* - TC_2 + sQ_2^* = 240 \cdot 58 - 3 \cdot 58^2 - 60 \cdot 58 = 348.$$

Определяем неискажающие налоги после введения субсидии:

$$T_1 = \pi_1^* - \pi_1 = 4132,$$

$$T_2 = \pi_2^* - \pi_2 + s_2 Q_2^* = 7392.$$

Чистый выигрыш общества («общественный дивиденд») составит

$$\Delta W = T_1 + T_2 - s_2 Q_2^* = 1960.$$

К лекции 46

1. Найдем предельную норму замещения между общественным и частным благами:

$$MRS_{G,X} = MU_G/MU_X = 1/40G^{1/2}.$$

$MRT_{G,X} = 1$ (по условию задачи).

В поселке проживает 1000 человек. Следовательно, $1000/40G^{1/2} = 1$. Отсюда получаем, что $G = 225$.

2. $MRT_{G,X} = 1$ (так как частные и общественные блага измеряются в денежных единицах).

$$MRS^S_{G,X} = MU^S_G \,/\, MU^S_X = {}^1/_2,$$

$$MRS^B_{G,X} = MU^B_G \,/\, MU^B_X = X^B \,/\, G^B.$$

$$MRS^S_{G,X} + MRS^B_{G,X} = MRT_{G,X} \Rightarrow {}^1/_2 + X^B \,/\, G^B = 1 \Rightarrow X^B \,/\, G^B = {}^1/_2.$$

Отсюда можно заключить, что из располагаемой суммы каждый готов отдать половину на общественные блага (4000 ден. ед.), оставшиеся 4000 денежных единиц будут поровну потрачены ими на частные блага (т. е. и Сергей, и Борис выделят по 2000 ден. ед. каждый на покупку частных благ).

3. а) В случае частного блага кривые спроса складываются по горизонтали. Получаем функцию суммарного спроса:

$$Q_\Sigma = 60 - 3P,$$

$$P = 20 - {}^1/_3 Q_\Sigma.$$

При совершенной конкуренции $20 - {}^1/_3 Q = 4 \Rightarrow Q^e = 48$.

б) В случае общественного блага кривые спроса складываются по вертикали.

$$P = 40 - {}^3/_2 Q, \qquad Q = 0, \ldots, 20;$$

$$P = 20 - {}^1/_2 Q, \qquad Q = 20, \ldots, 40;$$

$$20 - {}^1/_2 Q = 4 \Rightarrow Q^e = 32.$$

в) Рис. 18.

4. а) Оптимальное использование блага предполагает максимизацию разницы между общими выгодами $B(x)$ и общими издержками $C(x)$.

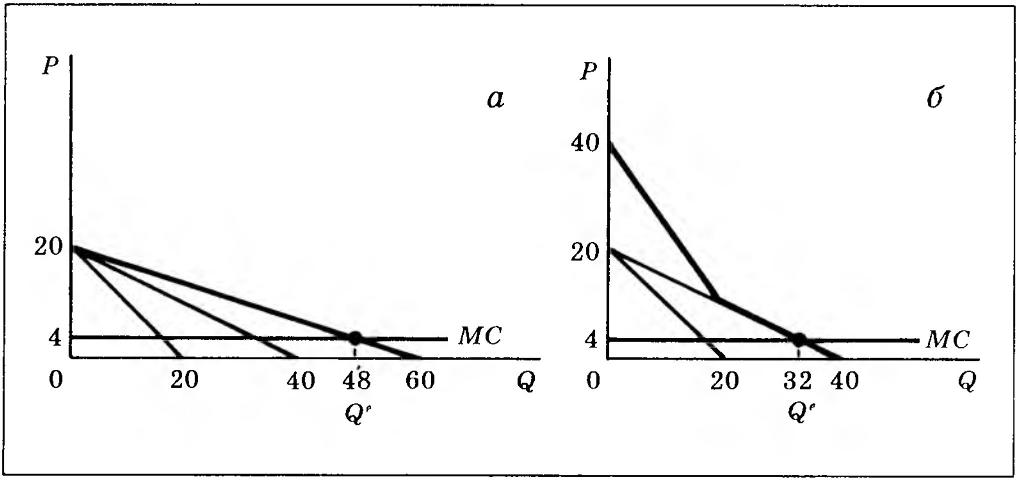

Рис. 18.
а — случай частного блага; *б* — случай общественного блага.

$$B(x) = 20x - 0.0005x^2,$$

$$C(x) = 2x + 0.001x^2.$$

Отсюда $d(B - C)/dx = 20 - 0.001x - 2 - 0.002x = 0.$

Следовательно, оптимальное число поездок: $x = 18/0.003 = 6000.$

б) Водители должны уплачивать такую цену за поездку, которая выведет спрос на оптимальное число поездок. Следовательно, в часах эта цена: $h = 20 - 3 = 17.$

Однако частные издержки в часах при оптимальном числе поездок:

$$h = 2 + 6 = 8.$$

Следовательно, денежный налог на одну поездку в целях оптимизации использования перегружаемого общественного равен $(17 - 8) \cdot 2 = 18$ ден. ед.

К лекции 47

1. В первом случае общество было равнодушно при выборе между альтернативами X и Z. Во втором случае для общества X предпочтительнее Z. Однако это изменение общественных предпочтений есть результат изменения предпочтений избирателя A между Y и Z. В этом случае Y — не относящаяся к делу альтернатива. Следовательно, нарушается одно из требований теоремы Эрроу, а именно независимость от не относящихся к делу альтернатив.

К лекции 48

1. а) При совершенной конкуренции фирма определила бы свой оптимальный выпуск исходя из условия $P = MC$.

$$10Q^{-1/2} = Q^2 \Rightarrow Q_c = 2.51.$$

Монополист определит свой оптимальный выпуск из условия $MR = MC$.

$$TR = PQ = 10Q^{1/2};\ MR = 5Q^{-1/2} \Rightarrow 5Q^{-1/2} = Q^2 \Rightarrow Q_m = 1.90.$$

В результате потери благосостояния составят

$$\Delta W_m = \int_{1.90}^{2.51}\left(10Q^{-1/2} - Q^2\right)dQ = \int_{1.90}^{2.51}10Q^{-1/2}dQ - \int_{1.90}^{2.51}Q^2dQ = \left[20Q^{1/2}\right]_{1.90}^{2.51} - \left[1/3Q^3\right]_{1.90}^{2.51} =$$

$$= 20\ (2.51)^{1/2} - 20(1.90)^{1/2} - 1/3(2.21)^3 + 1/3(1.90)^3 = 1.13.$$

б) Потери общества от монополии при наличии поиска ренты и при 100 %-ном растрачивании ренты складываются из чистых потерь общества от монополии без поиска ренты плюс собственно потери от поиска ренты («прямоугольник Таллока»).

Площадь «прямоугольника Таллока» определяется как: $\Delta W_{rs} = Q_m(P_m - P_c) = 1.90(10 \cdot 1.90^{-1/2} - 2.51^2) = 1.90(7.2 - 6.3) = 1.71$.

В итоге суммарные потери благосостояния: $\Delta W_m + \Delta W_{rs} = 1.13 + 1.71 = 2.84$.

К лекции 49

1. Обе градации будут предложены при цене $P > 60$. Выясним, может ли равновесная цена лежать в этом диапазоне.

Уравнения равновесия принимают вид

$$P = w_1P_1^D + w_2P_2^D = 100w_1 + 80w_2 - 0.5Q;$$

$$Q = Q_1^S + Q_2^S = 2P - 100;$$

$$w_1 = \frac{Q_1}{Q} = \frac{P-60}{2P-100}; \qquad w_2 = \frac{Q_2}{Q} = \frac{P-40}{2P-100}.$$

Из первых двух уравнений можно исключить Q, что приведет к равенству

$$P = 50w_1 + 40w_2 + 25,$$

а подстановка в это равенство выражений для w_1 и w_2 даст соотношение

$$P = 50 \cdot \frac{P-60}{2P-100} + 40 \cdot \frac{P-40}{2P-100} + 25,$$

приводящееся к квадратному уравнению

$$P^2 - 120P + 3550 = 0.$$

Ему удовлетворяют значения $P = 67.07$ и $P = 52.93$. В рассматриваемом диапазоне ($P > 60$) лежит первое из них. Итак, равновесная цена равна $P_E = 67.07$, а объемы продаж по первой и второй градациям равны соответственно 7.07 и 27.07 ед.

2. Предполагая, как и при решении предыдущей задачи, что на рынке будут предложены обе градации товара, придем тем же самым путем к квадратному уравнению

$$P^2 - 100P + 2600 = 0,$$

не имеющему вещественных корней. Это означает, что равновесие при цене $P > 60$ не может иметь места.

Другой возможный тип равновесия характеризуется тем, что будет предлагаться только вторая градация качества, а цена должна лежать в диапазоне $20 < P \le 60$. При этом $w_1 = 0$, $w_2 = 1$, и равновесие описывается равенствами

$$P = 60 - 0.5Q, \qquad Q = P - 20,$$

откуда получаем значение $P = 46.67$, лежащее в рассматриваемом диапазоне. Итак, первая градация окажется полностью вытесненной с рынка, равновесие установится при цене 46.67 и объеме продаж 26.67.

3. Рассуждая так же, как и в предыдущей задаче, убеждаемся, что и в этом случае на рынке не могут быть предложены обе градации качества (квадратное уравнение, соответствующее этому типу равновесия, имеет вид $P^2 - 100P + 2600 = 0$ и не имеет вещественных корней). Вторая градация может быть предложена при цене, лежащей в диапазоне $40 < P \le 60$, а равновесие этого типа должно отвечать условиям

$$P = 40 - 0.5Q; \qquad Q = P - 40.$$

Находим: $P = 40$, $Q = 0$. Итак, в этом случае сделки на рынке не совершаются.

К лекции 50

1. а) Находим занятость в производстве благ X и Y при новой, искусственно завышенной ставке зарплаты:

$$l_X = 10000/w^2 = 10000/144 = 69.44,$$

$$l_Y = 1600/w^2 = 1600/144 = 11.11,$$

$$l_X + l_Y = 69.44 + 11.11 = 80.55.$$

Следовательно, появляется безработица (= недоиспользование труда по сравнению с потенциально возможным), равная $100 - 80.55 = 19.45$.

б) Зная производственные функции, находим, что теперь $X = 10 \cdot 69.44^{1/2} = 83.33$ и $Y = 8 \cdot 11.11^{1/2} = 26.67$. Следовательно, изменение выпуска блага X $(83.33 - 92.85) = -9.52$, а выпуска блага Y – $(26.67 - 29.71) = -3.04$. Появилось недопроизводство продукции по сравнению с потенциально возможным.

в) Теперь общий фонд рабочего времени равен примерно 80.55. На каждого из индивидов приходится половина общего фонда –40.275. Тогда $I_1 = 40.275 \cdot 12 + (20 \cdot 83.33 - 12 \cdot 69.44) = 1316.62$. Следовательно, изменение дохода индивида 1 $(1316.62 - 1467.13) = -150.51$.

$I_2 = 40.275 \cdot 12 + (10 \cdot 26.67 - 12 \cdot 11.11) = 616.68$. Следовательно, изменение дохода индивида 2 $(616.68 - 686.97) = -70.29$.

г) Теперь сопоставим полезности индивидов 1 и 2 до введения контроля над зарплатой и после его введения.

$$U_1^* = 36.68^{1/2} \cdot 73.36^{1/2} = 51.85.$$

Находим новые значения спроса на блага X и Y для индивида 1.

Получаем: $X_1 = 32.83$; $Y_1 = 65.66$. Отсюда: $U_1 = 32.83^{1/2} \cdot 65.66^{1/2} = 46.41$. Следовательно, изменение полезности индивида 1 $(46.41 - 51.85) = -5.24$. $U_2^* = 25.76^{1/4} \cdot 17.20^{3/4} = 32.92$. $U_2 = 23.01^{1/4} \cdot 15.17^{3/4} = 29.53$. Следовательно, изменение полезности индивида 2 $(29.53 - 32.92) = -3.39$.

Таким образом, государственное вмешательство привело к отклонению от парето-эффективности как в производстве, так и в потреблении. Это и есть «провал государства».