IX. Игровая модель олигополии

Что такое «игра»?

В лекции 29 процесс принятия решения одной из олигополистических фирм сравнивался с раздумьями шахматиста над очередным ходом. Такое сравнение не случайно. Обе задачи относятся к ситуациям, которые называют *игровыми* и которые являются предметом теории игр — раздела математики, развившегося в XX в.

В любой игре участвуют как минимум два игрока, каждый из которых преследует свои собственные цели (в этом смысле пасьянс или кубик Рубика — не игры). Каждый из игроков выбирает свой *ход*, комбинация выборов всех игроков определяет складывающуюся *позицию*, и от позиции в конечном счете зависит *выигрыш* каждого игрока. Мы не будем здесь определять значения терминов, выделенных курсивом, — в каждой игре они имеют свой конкретный смысл.

Подчеркнем основную особенность игровой ситуации; выигрыш каждого участника зависит не только от его собственного выбора (как это мы видели, например, в задаче о потребительском оптимуме), но и от выбора всех остальных участников игры. Интересы отдельных игроков не совпадают. Поэтому выбора, оптимального в обычном смысле, в игровой ситуации не существует, и требуется уточнение понятия рационального поведения игроков.

Типы игровых ситуаций, рассматриваемых в теории игр, весьма разнообразны, и мы не будем пытаться дать им универсальную характеристику. Ограничимся классическим примером, иллюстрирующим характерные черты многих из них и получившим название «дилеммы заключенного».

Два преступника, назовем их А и Б, пойманы, содержатся под стражей и не могут общаться друг с другом. Следователь предлагает каждому из них сознаться в совершенных ими преступлениях. Им известно следующее:

а) если оба сознаются, каждый получит 5 лет тюрьмы;

б) если ни один из них не сознается, следствие сможет раскрыть только часть преступлений и они получат по 2 года тюрьмы;

в) если один признается, а другой — нет, то признавшийся будет наказан 1 годом, а не признавшийся — 10 годами тюрьмы.

Эти условия сведены в табл. 1, в каждой клетке которой слева указан «выигрыш» заключенного А (срок наказания со знаком

Таблица 1

«Выигрыши» заключенных

Выбор А	Выбор Б: сознаться		Выбор Б: не сознаваться	
Сознаться	−5,	−5	−1,	−10
Не сознаваться	−10,	−1	−2,	−2

«минус»), справа — заключенного Б. Что в таких условиях должен выбрать заключенный?

Если бы заключенные могли сговориться, они, скорее всего, решили бы не сознаваться, и каждый был бы приговорен к двум годам. Однако при этом каждый из них должен иметь твердые гарантии того, что другой не нарушит договоренности. А соблазн нарушить весьма велик: если А, выполняя соглашение, не сознается в преступлениях, то Б, сознавшись, получит всего 1 год, а А — 10 лет тюрьмы. Вообще, какой бы «ход» ни сделал Б, для А выгоднее сознаться. Так же может рассуждать и другой заключенный. Поэтому, действуя рационально, они оба сознаются.

Введем одно важное понятие. Положением равновесия в игре называется такое сочетание ходов ее участников, при котором для каждого участника данный его выбор дает ему наибольший выигрыш при фиксированных ходах остальных участников (*равновесие по Нэшу*).

В рассмотренной нами «дилемме заключенного» единственное положение равновесия — «оба сознались». Для каждого участника сознаться — лучший выбор, если другой сознался. И хотя есть другое положение, более выгодное для обоих, — «оба не сознались», оно неравновесно: каждому выгодно сделать иной выбор при данном «ходе» партнера.

В дальнейшем, при обсуждении модели олигополии, мы придем к ситуации, чрезвычайно похожей на «дилемму заключенного».

Олигополия : условия игры

Рассмотрим допущения, лежащие в основе игровой модели олигополии, приблизительно в том же виде, в каком они были предложены французским экономистом А. Курно в 1838 г., задолго до того, как теория игр выделилась в самостоятельную дисциплину.

Будем считать, что

— на рынке действуют две фирмы, производящие совершенно одинаковый товар;

— фирмам известна кривая спроса, т. е. зависимость $P = P_D(Q)$ — цены спроса от совокупного объема товара (Q), предлагаемого обеими фирмами к продаже;

— фирмы принимают решения об объеме выпуска товара *самостоятельно и одновременно*.

Если первая фирма решила произвести Q_1 единиц продукта, а вторая фирма — Q_2, то общее количество $Q = Q_1 + Q_2$, и на рынке установится цена

$$P = P_D(Q_1 + Q_2). \tag{1}$$

Итак, цена, по которой продает свой товар *каждая* фирма, зависит от сочетания решений, принятых *обеими* фирмами.

Рассмотрим ситуацию с точки зрения одной из фирм, скажем первой. Ее затраты (TC_1) зависят только от ее собственного выпуска (Q_1), а выручка

$$TR_1 = Q_1 \cdot P_D(Q_1 + Q_2) \tag{2}$$

и прибыль

$$\Pi_1 = TR_1 - TC_1 \tag{3}$$

зависят и от Q_1, и от Q_2. Принимая решение, фирма должна учитывать, что ее успех или неудача зависят не только от ее собственного решения, но и от решения конкурента. И так же должна рассуждать вторая фирма.

Процесс принятия решения

Итак, первая фирма определяет, сколько ей нужно произвести товара, учитывая, что вторая фирма принимает аналогичное решение. Допустим, что вторая фирма решила выпустить товар в количестве Q_2; будем считать эту величину фиксированной.

Но если выпуск второй фирмы — фиксированная величина, то рыночная цена, определяемая равенством (1), зависит только от Q_1 — от решения первой фирмы; следовательно, только от Q_1 зависят выручка и прибыль первой фирмы.

Для того чтобы выяснить, как цена зависит от решения первой фирмы, снова обратимся к равенству (1); воспользуемся также рис. 1. Кривая $D(Q_2)$ показывает зависимость цены от Q_1 при данном фиксированном значении Q_2. Так, $D(0)$ — это просто кривая рыночного спроса: если $Q_2 = 0$, то весь рынок находится в руках первой фирмы. При любом другом значении Q_2 кривая $D(Q_2)$ получается из кривой рыночного спроса сдвигом на Q_2 единиц влево.

Таким образом, если величина Q_2 фиксирована, можно условно выделить спрос на продукцию первой фирмы, представленный кри-

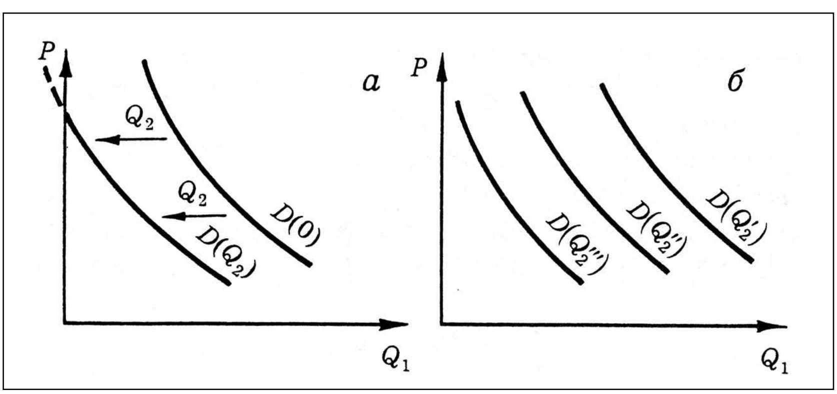

Рис. 1. Условный спрос на продукт первой фирмы при одном (*а*) и нескольких (*б*) фиксированных уровнях Q_2($Q_2' < Q_2'' < Q_3'''$).

вой $D(Q_2)$. Будем называть эти кривые *кривыми условного спроса* на продукцию первой фирмы. Далее первая фирма может рассуждать как монополист, выходящий на рынок с известным спросом $D(Q_2)$ и определяющий наиболее выгодный объем производства Q_1, — характер принимаемого ею решения подробно рассмотрен в лекции 26.

Итак, если бы первая фирма знала, какое решение принимает в это время вторая фирма, она могла бы сделать оптимальный при данном Q_2 выбор своего выпуска. Но суть игровой ситуации в том и состоит, что она этого не знает. Она должна предусмотреть различные возможные значения Q_2 — им соответствует семейство условных кривых спроса $D(Q_2)$ на рис. 1,*б* — и на каждый возможный «ход» конкурента найти оптимальный ответный «ход». Ее рассуждения напоминают размышления игрока, выражаемые формулой: «Если они — так, то мы — эдак». Таким образом, на этом этапе первая фирма не может однозначно определить наилучший объем выпуска, но может определить значение Q_1, наиболее выгодное для нее при каждом выбираемом конкурентом значении Q_2. Она строит так называемую *функцию реакции*:

$$Q_1 = r(Q_2), \tag{4}$$

устанавливающую связь наилучшего значения Q_1 с выбором конкурирующей фирмы.

Проиллюстрируем этот этап решения задачи примером. Для простоты будем считать, что спрос и предельные затраты фирмы описываются линейными функциями; кроме того, припишем параметрам этих функций конкретные числовые значения. Пусть

$$P_D(Q)=200 - 2Q;$$

$$TC_1 = 600 + 80Q_1 + Q_1^2,$$

так что

$$MC_1 = 80 + 2Q_1.$$

Прежде всего посмотрим, что представляют собой кривые условного спроса на товар первой фирмы. Кривая $D(0)$, очевидно, описывается уравнением

$$P = 200 - 2Q_1;$$

для кривой $D(15)$ находим

$$P = 200 - 2(Q_1 + 15) = 170 - 2Q_1.$$

Аналогично находим, что уравнение кривой $D(30)$ имеет вид

$$P = 140 - 2Q_1$$

и т. д.

Далее, считая Q_2 фиксированным, мы рассматриваем общую выручку первой фирмы:

$$TR_1 = Q_1[200 - 2(Q_1 + Q_2)] = Q_1[(200 - 2Q_2) - 2Q_1]$$

лишь как функцию Q_1. Отсюда мы можем найти предельную выручку первой фирмы:

$$MR_1 = (200 - 2Q_2) - 4Q_1.$$

Рассчитанные ранее кривые условного спроса $D(Q_2)$ и соответствующие им кривые предельной выручки показаны на рис. 2.

Наилучшим для первой фирмы является такой объем производства, при котором выполняется условие $MR_1 = MC_1$, т. е. значение Q_1 должно быть решением уравнения

$$200 - 2Q_2 - 4Q_1 = 80 + 2Q_1.$$

Решая это уравнение, находим

$$Q_1 = 20 - \frac{1}{3}Q_2.$$

Последнее равенство показывает, какой объем производства является для первой фирмы наилучшим, если вторая производит продукт в количестве Q_2. Иными словами, оно является конкретной записью функции реакции (4) для первой фирмы при данных характеристиках спроса и затрат:

$$r_1(Q_2) = 20 - \frac{1}{3}Q_2. \qquad (5)$$

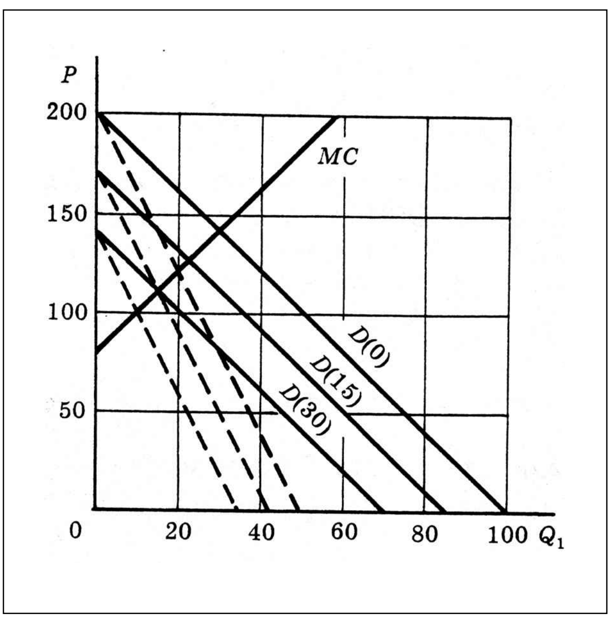

Рис. 2. Условный спрос на продукт первой фирмы в числовом примере.
Прерывистыми линиями показаны соответствующие линии предельной выручки.

Перейдем теперь к выяснению того, какой же выбор в конце концов сделает каждая из фирм.

Равновесие Курно

Мы видели, что первая фирма, используя лишь информацию о рыночном спросе и о собственных затратах, может найти свою функцию реакции, $Q_1 = r_1(Q_2)$, на поведение конкурента. Таким же точно образом и вторая фирма может найти свою функцию реакции, $Q_2 = r_2(Q_1)$.

Но этого недостаточно. Каждая фирма должна решить, сколько продукта она должна произвести. И она пытается «угадать» действие конкурента.

Допустим, что обеим фирмам это удалось. Первая фирма предполагала, что вторая произведет определенное количество продукта Q_2 и, исходя из этого, решила выпустить Q_1 в соответствии со своей функцией реакции. А вторая, рассчитывая, что ее конкурент произведет именно такое количество продукта, определила в соответствии со своей функцией реакции значение Q_2, и это оказалось тем же самым значением, на которое рассчитывала первая фирма. Таким образом, Q_1 и Q_2 удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} Q_1 = r_1(Q_2); \\ Q_2 = r_2(Q_1). \end{cases} \tag{6}$$

Определяемая этой системой пара значений (Q_1, Q_2) обладает следующим свойством: первая фирма делает наиболее выгодный для себя выбор при данном значении Q_2, а вторая — наиболее выгодный для себя при данном значении Q_1. Таким образом, объемы Q_1 и Q_2, удовлетворяющие (6), образуют положение игрового равновесия, как оно было определено в первом разделе настоящего приложения. Ни одна из фирм не имеет стимулов к изменению своего решения, если другая сохраняет равновесный объем. Равновесие объемов выпуска фирм на олигопольном рынке получило название *равновесия Курно.*

Обратимся к разобранному ранее числовому примеру и сделаем еще одно упрощение: будем считать, что вторая фирма имеет точно такую же функцию затрат, что и первая. Тогда и функция реакции второй фирмы будет иметь вид (5), и для равновесных объемов мы имеем систему уравнений

$$\begin{cases} Q_1 = 20 - \dfrac{1}{3} Q_2; \\ Q_2 = 20 - \dfrac{1}{3} Q_1. \end{cases}$$

На рис. 3 линии реакции обеих фирм построены в координатах Q_1, Q_2. Точка пересечения этих линий соответствует равновесию Курно: $Q_1 = Q_2 = 15$.

В поисках равновесия

Могут ли фирмы, действуя порознь, рассчитать равновесие Курно подобно тому, как это было сделано в численном примере? Для этого каждая из них должна была бы знать не только свою функцию реакции, но и аналогичную функцию конкурента, что в свою очередь потребовало бы информации о его функции затрат. Но такое допущение слишком далеко от реальности.

Скорее всего, положение равновесия могло бы быть найдено в процессе «нащупывания». Для описания этого процесса нам понадобится динамическая модель, имеющая много общего с паутинообразной моделью, которая была рассмотрена в лекции 9.

Будем считать, что в момент $t = 0$ фирмы выпускают продукт в объемах Q_1^0 и Q_2^0. В последующие периоды каждая из фирм узнает, сколько продукта выпустил на рынок конкурент, и устанавливает свой объем выпуска в соответствии со своей функцией реакции:

$$Q_1^t = r_1\left(Q_2^{t-1}\right); \quad Q_2^t = r_2\left(Q_1^{t-1}\right).$$

Продолжим числовой пример. Допустим, что начальные значения выпуска обеих фирм сильно отличались от равновесных:

$$Q_1^0 = 45; \quad Q_2^0 = 30.$$

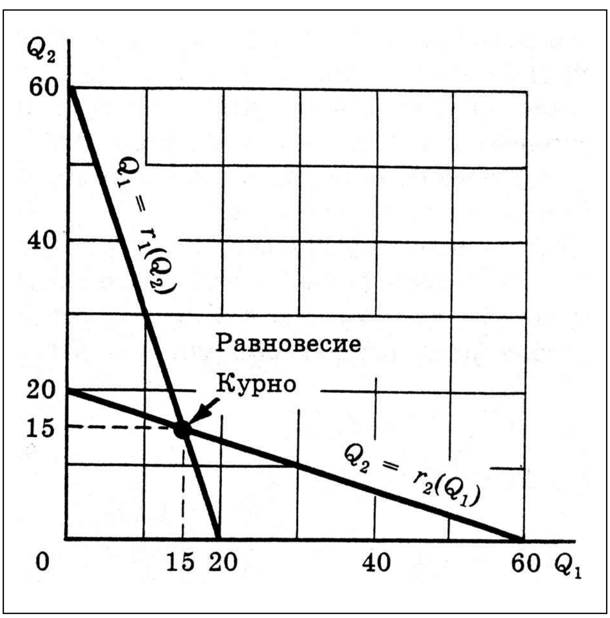

Рис. 3. Кривые реакции обеих фирм и равновесие Курно.

Тогда в следующем периоде первая фирма выпустит

$$Q_1^1 = 20 - \frac{30}{3} = 10 \text{ ед.},$$

а вторая —

$$Q_2^1 = 20 - \frac{45}{3} = 5 \text{ ед.}$$

Затем

$$Q_1^2 = 20 - \frac{5}{3} \approx 18.33; \quad Q_2^2 = 20 - \frac{10}{3} \approx 16.67$$

и т. д. Несколько начальных значений Q_1^t и Q_2^t приведены в табл. 2. Видно, что объемы выпуска сходятся к равновесным значениям $Q_1 = = Q_2 = 15$.

Можно доказать, что в дуополии с линейными функциями спроса и предельных затрат описанный здесь процесс «нащупывания» при любых значениях параметров сходится к равновесию Курно.

Сговор

Если фирмы, вместо того чтобы конкурировать друг с другом, будут принимать свои решения совместно, то вместе они смогут выступать на рынке как монополия и тем самым смогут извлечь наибольшую прибыль, достижимую при данных функциях спроса и затрат. Распределив между собой максимальную прибыль, они могут добиться того, что каждая фирма извлечет из такого совместного решения бóльшую выгоду, чем из любого другого.

Таблица 2

«Нащупывание» равновесия

t	Q_1^t	Q_2^t
0	45.00	30.00
1	10.00	5.00
2	18.33	16.67
3	14.44	13.89
4	15.37	15.19
5	14.94	14.88
6	15.04	15.02

Снова обратимся к нашему числовому примеру. Поскольку мы приняли функции затрат обеих фирм одинаковыми, совокупный объем производства (Q) должен быть разделен между фирмами поровну,[1] $Q_1 = = Q_2 = Q/2$, и общие затраты объединения описываются функцией

$$TC = 2\left[600 + 80\frac{Q}{2} + \left(\frac{Q}{2}\right)^2\right] = 1200 + 80Q + \frac{1}{2}Q^2,$$

[1] Если функции затрат фирм различны, то задача распределения между ними совокупного объема и определения общих затрат объединения становится довольно громоздкой (см. лекцию 26).

а предельные затраты —

$$MC = 80 + Q.$$

Так как предельная выручка для объединения $MR = 200 - 4Q$, оптимальный совокупный объем производства определяется уравнением

$$200 - 4Q = 80 + Q,$$

откуда $Q = 24$, и оптимальные объемы выпуска каждой из фирм равны $Q_1 = Q_2 = 12$.

Убедимся в том, что согласованное решение приносит фирмам большую прибыль, чем равновесное.

При равновесии Курно затраты каждой из фирм

$$TC_1 = TC_2 = 600 + 80 \cdot 15 + 15^2 = 2025,$$

и на рынке установится цена

$$P = 200 - 2(15 + 15) = 140.$$

Выручка каждой фирмы

$$TR_1 = TR_2 = 15 \cdot 140 = 2100,$$

а прибыль

$$\Pi_1 = \Pi_2 = 2100 - 2025 = 75.$$

При согласованном решении соответственно

$$TC_1 = TC_2 = 600 + 80 \cdot 12 + 12^2 = 1704;$$

$$P = 200 - 2 \cdot 24 = 152; \quad TR_1 = TR_2 = 12 \cdot 152 = 1824;$$

$$\Pi_1 = \Pi_2 = 1824 - 1704 = 120.$$

Заметим, что *точка согласованного оптимума не является равновесной*. Если одна из фирм, выполняя условия сговора, будет производить 12 ед. продукта, то для другой, как показывает равенство (5), наиболее выгодно производить $20 - 12/3 = 16$ ед. С похожей ситуацией мы столкнулись раньше, при обсуждении «дилеммы заключенного».

Для удобства сопоставления ситуаций будем считать, что каждая из фирм решает, производить ли ей продукт в «объеме Курно» (15 ед.) или в «объеме сговора» (12 ед.). Для заполнения таблицы, подобной табл. 1, нам нужно вычислить прибыль каждой из фирм, если одна из них (например, первая) производит объем Курно, а другая — «объем сговора»:

$$TC_1 = 2025; \quad TC_2 = 1704; \quad P = 200 - 2(15 + 12) = 146;$$

$$TR_1 = 15 \cdot 146 = 2190; \; TR_2 = 12 \cdot 146 = 1752,$$

так что

$$\Pi_1 = 2190 - 2025 = 165; \quad \Pi_2 = 1752 - 1704 = 48.$$

Результаты сведены в табл. 3, в каждой графе которой слева показана прибыль первой фирмы, справа — второй.

Таблица 3

Прибыли фирмы

Выбор первой фирмы	Выбор второй фирмы	
	$Q_2 = 15$	$Q_2 = 12$
$Q_1 = 15$	75, 75	165, 48
$Q_1 = 12$	48, 165	120, 120

Таким образом, для того чтобы сговор состоялся, каждой фирме нужны твердые гарантии того, что партнер по сделке будет выполнять ее условия.

Олигополия с произвольным числом фирм

Модель дуополии обладает большой наглядностью, но определение равновесия Курно легко обобщается на случай олигополии с произвольным числом фирм. Пусть Q_i — объем продукта i-той фирмы. $Q = \sum_i Q_i$ — совокупный объем продукта всех фирм. Введем в рассмотрение также величины $Q_i^- = Q - Q_i$ — объем продукта всех фирм, кроме i-той. Тогда цена спроса $P = P_D(Q)$ с точки зрения i-той фирмы может быть представлена в виде $P = P_D(Q_i + Q_i^-)$, т. е. кривая условного спроса для i-той фирмы получается из кривой рыночного спроса сдвигом влево на Q_i^- единиц. Других отличий построение функции реакции $Q_i = r_i(Q_i^-)$ от случая дуополии не имеет.

Равновесие Курно определяется решением системы уравнений:

$$\begin{cases} Q_1 = r_1(Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_{n-1} + Q_n); \\ Q_2 = r_2(Q_1 + Q_3 + \ldots + Q_{n-1} + Q_n); \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Q_n = r_n(Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_{n-1}). \end{cases}$$

Если все фирмы одинаковы, то при $n \to \infty$ равновесие Курно стремится к равновесию на конкурентном рынке.

Вопрос об устойчивости равновесия Курно в общем случае решается значительно сложнее, чем для дуополии. При большом числе фирм условия устойчивости равновесия Курно в пределе совпадают с условием устойчивости паутинообразной модели (см. лекцию 9).