X. Потребительский выбор и предложение труда

Напомним читателю основную задачу потребительского выбора, которую мы рассматриваем в части II. Потребитель выбирает набор $q = (q_1, q_2, \mathrm{K}\ , q_n)$ из n различных благ. Каждое (i-тое) благо характеризуется ценой p_i, причем все цены положительны (не равны нулю). Потребитель, имеющий функцию полезности $U(q)$ и обладающий доходом I, решает задачу

$$U(q) \to \max$$

при выполнении бюджетного ограничения

$$\sum_{i=1}^{n} p_i q_i = I. \qquad (1)$$

Здесь мы рассмотрим модель, описывающую поведение индивида, решающего совместно задачу потребительского выбора и объема предложения труда. Для этого в набор $q = (q_1, q_2, \mathrm{K}\ , q_n)$ потребляемых индивидом благ наряду с теми благами, которые покупаются на рынке, включим такие, как сон, прогулки и т. п., не требующие денежных затрат, но требующие затрат времени. Каждое благо теперь характеризуется ценой p_i и затратами времени t_i на потребление единицы блага. Некоторые из цен теперь могут равняться нулю, как и некоторые из удельных затрат времени; но ни для какого из благ p_i и t_i не могут равняться нулю одновременно.

Теперь мы будем считать доход не заданным, а зависящим от объема предложения индивидом труда L. Обозначим F долю времени (скажем, число часов в сутки), отводимую на потребление. Будем считать, что различные блага не могут потребляться в одно и то же время и поэтому величина F складывается из затрат времени на потребление различных благ:

$$\sum_{i=1}^{n} t_i q_i = F. \qquad (2)$$

Общая продолжительность суток T (24 ч) разлагается на время труда и время потребления: $T = L + F$, а суточный доход определяется временем труда L и часовой ставкой заработной платы w: $I = wL$. Отсюда

$$I + wF = wT.$$

Используя равенства (1) и (2), получаем ограничение, которому должно удовлетворять решение комплексной задачи потребителя:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i q_i + \sum_{i=1}^{n} w t_i q_i = wT,$$

или

$$\sum_{i=1}^{n}(p_i + wt_i)q_i = wT. \qquad (3)$$

Равенство (3) назовем *обобщенным бюджетным ограничением*, а множитель в скобках под знаком суммы — *обобщенной ценой* ($g_i = p_i + wt_i$). Ее первая компонента (p_i) — цена в обычном смысле, вторая (wt_i) — альтернативные затраты, связанные с тем, что потребление единицы i-того блага сопряжено с затратами времени t_i и тем самым — с отказом от заработной платы в количестве wt_i.

Таким образом, задача потребительского выбора имеет вид

$$U(q) \to \max$$

при ограничении

$$\sum_{i=1}^{n} g_i q_i = wT.$$

Если решение этой задачи — набор q — подставить в уравнение (2), получим величину времени, отводимого на потребление; остальная часть суток — объем предложения труда.

Заметим, что параметрами задачи являются цены, ставка заработной платы и удельные затраты времени. От этих параметров зависят решение задачи и, следовательно, объем предложения труда.

Уместно сопоставить только что рассмотренную задачу с задачей, описанной в Математическом приложении V. Там ограничения вида (1) — по денежному бюджету — и вида (2) — по бюджету времени — рассматривались как независимые, а величины денежного дохода I и времени на потребление F были заданными. Это соответствует случаю, когда потребитель выбирает только объемы потребления различных благ, но не выбирает продолжительность рабочего дня. Двум ограничениям соответствуют два множителя Лагранжа: l — для «денежного» ограничения и m — для «временного». Величина l характеризует дополнительную полезность дополнительного рубля, величина m — дополнительной минуты:

$$\lambda = \frac{\partial U}{\partial I}; \qquad \mu = \frac{\partial U}{\partial F}.$$

В рамках ординалистской концепции полезности числовые значения l и m не имеют смысла. Внимание читателя обращалось на отношение m/l, имеющее размерность ставки заработной платы, и предлагалось подумать над экономическим смыслом этого отношения.

Теперь заметим, что $\mu/\lambda = MRS_{FI}$ — предельная норма замещения досуга денежным доходом. Если отношение не совпадает с рыночной ставкой заработной платы, индивид не находится в равновесии на рынке труда: при $\mu/\lambda > w$ дополнительная единица досуга ценится потребителем выше, чем соответствующее приращение дохода, и индивид хотел бы работать меньше, чем ему приходится (и соответственно меньше зарабатывать); при $\mu/\lambda > w$ он хотел бы зарабатывать больше.

Пример. Пусть потребление индивида ограничивается тремя благами: 1) пищей, 2) сном, 3) книгами. Его предпочтения описываются функцией полезности

$$U(q) = q_1^{0.2} q_2^{0.3} q_3^{0.5}\,.$$

Ставку заработной платы примем равной 5. Цены и удельные затраты времени на потребление приведены в таблице. В последнем столбце приведены значения обобщенной цены при $w = 5$.

i	Благо	p_i	t_i	g_i
1	Пища	10	—	10
2	Сон	—	1	5
3	Книги	15	5	40

Для удобства вычислений заменим функцию полезности эквивалентной функцией: $\ln U(q) = 0.2\ln q_1 + 0.3\ln q_2 + 0.5\ln q_3$. Функция Лагранжа:

$$L(q,\ \lambda) = 0.2\ln q_1 + 0.3\ln q_2 + 0.5\ln q_3 - \lambda(10q_1 + 5q_2 + 40q_3).$$

Условия оптимальности:

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = \frac{0.2}{q_1} - 10\lambda = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial q_2} = \frac{0.3}{q_2} - 5\lambda = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial q_3} = \frac{0.5}{q_3} - 40\lambda = 0\,.$$

Отсюда

$$q_1 = \frac{0.2}{10\lambda}; \quad q_2 = \frac{0.3}{5\lambda}; \quad q_3 = \frac{0.5}{40\lambda}.$$

Из условия $10q_1 + 5q_2 + 40q_3 = 5 \cdot 24$ находим $\lambda = 1/120$, так что

$$q_1 = 2.4; \quad q_2 = 7.2; \quad q_3 = 1.5\,.$$

Затраты времени на потребление: $F = 0 \cdot 2.4 + 1 \cdot 7.2 + 5 \cdot 1.5 = 14.7$, и объем предложения труда 9.3 ч/сут.

Если цена книг возрастет с 15 до 25 ед., то q_1 и q_2 останутся без изменения, q_3 примет новое значение: $q_3 = 1.2$; $F = 0 \cdot 2.4 + 1 \cdot 7.2 + 5 \cdot 1.2 = 13.2$, так что теперь объем предложения труда $L = 24 - 13.2 = 10.8$.