

Невозможность упорядочения общественных предпочтений

Единственной по истине общепринятой целью института правительства является обеспечение наивысшей возможной степени счастья для широких народных масс, находящихся под его властью.

Томас Джефферсон

По-видимому, поиск истинно научного метода достижения результата, который в целом удовлетворял бы основной массе избирателей — все еще *нерешенная задача*.

Чарльз Доджсон
(Льюис Кэрролл)

ФОБ Бергсона–Самуэльсона построена аналогично функции индивидуальной полезности. Так же как отдельный индивид выбирает наборы благ для максимизации своей полезности, общество должно выбирать размещение благ между отдельными его членами для максимизации общего благосостояния. Из определения рациональности практически тавтологически следует, что потребители делают выбор с целью максимизировать свою полезность. Однако, распространяя идею максимизации целевой функции на уровень общества в целом, следует учитывать гораздо больше, чем просто рациональность. Как становится ясно из обсуждений проблемы Бергсоном (Bergson, 1938) и Самуэльсоном (Samuelson, 1947, ch. 8), характеристики функции благосостояния и природа заложенных в нее данных включают ценностные суждения, придающие ФОБ нормативное содержание.

Альтернативным способом анализа поведения индивидов, отличным от предположения о максимизации ими своей полезности, является допущение различных постулатов об индивидуальной рациональности, согласно которым достаточно определить упорядоченность предпочтений и позволить делать прогноз, какой набор благ выберет индивид из любого их окружения. Опять же по аналогии можно выдвинуть различные постулаты о процессе общественного принятия решений и проанализировать решения общества посредством упорядочения предпочтений общества. Какой выбор должно

сделать общество из некоей данной окружающей среды? И снова, как бы там ни было, при переходе от уровня индивида к уровню общества постулаты меняются от простого определения рациональности до выражения этических норм сообщества. Важно иметь это в виду, поскольку некоторые аксиомы *сформулированы так, словно* требуют лишь коллективной рациональности, и некоторые авторы так их и интерпретировали. Здесь мы не будем следовать этой трактовке. В обсуждении каждой аксиомы будем подчеркивать ее нормативное содержание.

Первая и наиболее важная попытка определения ФОб как упорядочения общественных предпочтений, удовлетворяющего некоторым основным этическим аксиомам, была сделана Эрроу в 1951 г. (Arrow, rev. ed. 1963). Несмотря на то что в некоторых суждениях Эрроу об индивидуальных аксиомах, кажется, смешиваются этические и рациональные точки зрения, доминирующая цель исследования нормативна и наш акцент на нормативных характеристиках аксиом не представляется неуместным. Сам Эрроу допускал интерпретацию этих аксиом как указывающих на базовые ценностные суждения, которые следует включить в общественный договор или конституцию общества,¹ и это, возможно, самый лучший подход к их рассмотрению. Тогда вопрос звучит следующим образом: какие этические нормы мы должны вменить процессу общественного выбора и какие процедуры коллективного выбора удовлетворяют этим аксиомам? Ответ неутешителен. При существовании небольшого количества весьма слабых и этически не создающих стимулов аксиом, ни один процесс (голосование, рынок и т. п.) не удовлетворяет им.

Начнем с краткого определения аксиом и набросков доказательства невозможности, после чего обратимся к более детальному анализу отдельных аксиом.

24.1. Логика доказательства

Я следую переработанным Викри (Vickrey, 1960) формулировкам аксиом и доказательства, поскольку они проще и короче.

1. *Единогласие* (постулат Парето): если какому-либо предпочтению индивида не противостоит противоположное предпочтение какого-либо другого индивида, тогда данное предпочтение обеспечивается и в общественном упорядочении предпочтений.

2. *Отсутствие диктатуры*: ни один индивид не занимает такого положения, что когда бы он ни выразил какое-либо предпочтение между лю-

¹ Впервые такая интерпретация была предложена Кемпом и Асимакопулосом (Kemp and Asimakopulos, 1952) и была впоследствии подтверждена Эрроу (Arrow, 1963, pp. 104–105).

быми двумя альтернативами, притом что все прочие индивиды выразили противоположное предпочтение, его предпочтение всегда обеспечивается в общественном упорядочении предпочтений.

3. *Транзитивность*: функция общественного благосостояния отражает непротиворечивое упорядочение всех реально осуществимых альтернатив, т. е. $(a P b P c) \rightarrow (a P c)$ и $(a I b I c) \rightarrow (a I c)$.

4. *Сфера охвата* (неограниченная область определения): существует некая «универсальная» альтернатива u , такая что для любой пары других альтернатив x и y и для каждого индивида каждое из шести возможных строгих упорядочений u, x и y содержится в некоем допустимом ранжировании всех альтернатив данного индивида.²

5. *Независимость от посторонних альтернатив*: общественный выбор между двумя любыми альтернативами должен зависеть только от упорядочений индивидами этих двух альтернатив, а не от упорядочений ими других альтернатив.³

Наверное, требуется дополнительное объяснение условия четвертной аксиомы. Понятие универсальной альтернативы здесь не является ключевым. Аксиома о сфере охвата заключает в себе следующее: процесс общественного выбора допускает любое упорядочение трех альтернатив x, y и u . При этом процесс не организован таким образом, чтобы исключить какие-либо вероятно существующие упорядочения.

Теорема утверждает, что нет такой ФОБ, которая удовлетворяла бы этим пяти постулатам. Для понимания важности теоремы, полезно будет взглянуть на доказательство, опять же следуя Викри. Вначале определим решающее множество D .

² Формулировка данной аксиомы Эрроу такова:

Среди всех альтернатив существует набор из трех альтернатив S , такой что для любого набора индивидуальных упорядочений альтернатив T_1, \dots, T_n в S существует допустимый набор индивидуальных упорядочений R_1, \dots, R_n всех альтернатив, такой что для каждого индивида i выполняется $xR_i y$ тогда и только тогда, когда $xT_i y$, для x и y в S (Arrow, 1963, p. 24).

³ Викри излагает данный постулат несколько по-иному, однако его доказательство основывается именно на таком виде аксиомы. Данная формулировка аксиомы также отличается от оригинальной ее формулировки Эрроу и других существующих в литературе. Формулировка Эрроу такова:

Пусть R_1, \dots, R_n и R'_1, \dots, R'_n будут двумя наборами индивидуальных упорядочений и соответствующие функции общественного выбора $C(S)$ и $C'(S)$. Если для всех индивидов i и всех благ x и y в данной области S существует $xR_i y$ тогда и только тогда, когда $xR'_i y$, тогда $C(S)$ и $C'(S)$ совпадают (Arrow, 1963, p. 27).

Для приведенной в тексте формулировки данной аксиомы и основанного на ней доказательства невозможности см. работу Сена (Sen, 1970a).

Определение решающего множества: *некое множество индивидов D является решающим для всех альтернатив x и y в данной функции общественного благосостояния, если эта функция обеспечивает общественное предпочтение x перед y , всякий раз, когда все индивидуумы в множестве D предпочитают x перед y , а все остальные, наоборот, отдают предпочтение y перед x .*

Доказательство:

<i>Шаг</i>	<i>Обоснование</i>
1. Пусть D будет множество индивидов, решающих для благ x и y	Допущение
2. Допустим для всех членов $D — xPyPi$, а для всех остальных (в множестве C) — $yPiPx$	Сфера охвата
3. Для общества xPy	Определение D
4. Для общества yPi	Единогласие
5. Для общества xPi	Транзитивность
6. Однако только для членов $D — xPi$	Допущение
7. Общество должно отдать предпочтение x перед y независимо от изменения ранжирования y или любых других альтернатив	Независимость
8. D является решающим для x и y	Определение
9. D является решающим для всех пар альтернатив	Повтор шагов 2–8
10. D должно содержать в себе двух или более людей	Отсутствие диктатуры
11. Разобьем D на два непустых подмножества A и B	Допущение
12. Предположим, что для $A — xPyPi$ для $B — yPiPx$ для $C — yPiPx$	Сфера охвата
13. Поскольку для членов A и B yPi , то и для общества yPi	Определение D
14. Если для общества yPx , то B является решающим для y и x	Определение D
15. Если для общества xPy , то для общества xPi	Транзитивность
16. Но тогда A является решающим для x и y	Определение D

В любом случае, одно из подходящих подмножеств D является решающим для любой пары альтернатив x и y , следовательно, для всех пар вплоть до шага 9. Шаги 10–16 могут быть повторены для этого нового решающего множества и затем продолжены до тех пор, пока решающее множество не будет включать только одного члена, что противоречит постулату отсутствия диктатуры.⁴

Лежащие в основе доказательства интуитивные предпосылки работают следующим образом: предположение о неограниченной области определения

⁴ Литература подобного рода переполнена такой формой доказательств типа «китайских шкатулок» для обнаружения диктатора. Вслед за этим для важного варианта с бесконечным количеством избирателей см. работу Кирмана и Зондерманна (Kirman and Sondermann, 1972).

допускает любое возможное сочетание порядковых предпочтений. Когда же не получается какой-либо единогласно предпочитаемой альтернативы, должен быть найден некий метод для выбора среди Парето-предпочтительных альтернатив. Допущение независимости ограничивает внимание только порядковыми предпочтениями индивидов для любых двух вопросов при их решении. Но, как видно из предыдущих обсуждений правила большинства, очень легко создать правила, которые обеспечивают выбор между двумя альтернативами, но порождают циклический процесс, когда делается три последовательных попарных выбора. Однако постулат транзитивности принуждает к выбору между тремя. Процесс общественного выбора не должен оставаться без решения (Aggow, 1963, p. 120). Тем не менее при наличии располагаемой информации, а именно индивидуальных порядковых упорядочений пар альтернатив, отсутствует метод осуществления такого выбора, который не был бы навязанным или диктаторским.

24.2. Ослабление постулатов

Для предотвращения результата в виде невозможности следует ослабить постулаты. Однако перед этим рассмотрим значимость теоремы как таковой, поскольку эта значимость проистекает как раз из слабости постулатов в нынешних их формулировках. Хотя, как мы увидим, эти аксиомы несколько сильнее, чем может показаться, они существенно слабее, чем хотелось бы внедрить на конституционной стадии для удовлетворения разумных представлений о справедливости в распределении. Например, в данных аксиомах не заложено ничего, что бы препятствовало одной группе индивидов, до тех пор пока в нее входит более одного человека, деспотически подавлять других, если эта группа находится на границе Парето.⁵ Даже допустив это и еще другие нарушения идеи справедливости, мы не можем найти процесс для выбора из Парето-оптимального множества, который удовлетворял бы этим аксиомам.

Рамки данной книги исключают полный обзор всех модификаций постулатов, которые были сделаны или для создания теорем о возможности, или для новых результатов о невозможности. Вместо этого мы сосредоточимся на модификациях, в наибольшей мере относящихся к общественному выбору.

Кажется, что ослабление постулатов единогласия и отсутствия диктатуры едва ли стоит обсуждать вообще, если придерживаться идеалов индивидуализма и суверенитета граждан.⁶ Эти две аксиомы четко иллюстрируют, что то, с чем мы имеем здесь дело, представляет нормативный подход. Нет ничего особенно иррационального в выборе одного индивида и позволении ему принимать все решения за все сообщество; недаром аргументы в пользу

⁵ См. любопытный пример у Сена (Sen, 1977a, p. 57).

⁶ Однако см. работу Литтла (Little, 1952).

всеведущего диктатора популярны как минимум со времен красноречивой защиты Платоном такой альтернативы в «Республике».⁷ Но эти аргументы несовместимы с нашими основными демократическими идеалами. Следует также отметить защиту монархии Гоббсом (Hobbes, 1951). Согласно Гоббсу, существовал только один вопрос, по которому все предпочтения совпадали: жизнь в анархии была ужасна и гораздо хуже, чем жизнь при единогласно принятом диктаторе. Если включить и другие постулаты в качестве составляющих договора по Гоббсу, то тогда можно выстроить новую защиту автократии; и конечно, на практике диктаторское решение неопределенностей и тупиков общественного выбора весьма популярно. Эмпирически может быть интересно исследовать частоту, с которой диктаторские правительства заменяют демократические вслед за очевидными тупиковыми ситуациями последних, возникающих из парадоксов голосования. Три другие аксиомы требуют более детального обсуждения.

24.2.1. Транзитивность

Основаниями требования Эрроу о том, чтобы процесс общественного выбора порождал непротиворечивое упорядочение общественных предпочтений, оказываются: (1) «что какой-то общественный выбор должен быть сделан из любой окружающей среды» (1963, р. 118) и (2) что этот выбор должен быть независим от ведущего к нему пути (р. 120). На самом деле это различные требования и ни одно из них не испытывает необходимости в полном действии транзитивности.

Кажется, легче всего защитить требование, чтобы процесс общественного выбора был в состоянии осуществить хоть какой-то выбор из любой окружающей среды; тупики демократии являются открытым приглашением к диктатуре. Но для достижения данной цели совершенно не требуется предположение о существовании упорядочения общественных предпочтений, определенного на базе упорядочений всех индивидуальных предпочтений. Для того чтобы сделать выбор, нужна только *функция выбора*, позволяющая отобрать наилучшую альтернативу из любого множества возможных альтернатив (Sen, 1970a, pp. 47–55; Plott, 1971, 1976). Транзитивность не требуется. Достаточно квазитранзитивности или ацикличности (Sen, 1970a, pp. 47–55). Оба этих условия являются более мягкими, чем транзитивность. Квазитранзитивность требует транзитивности отношений предпочтения, но не безразличия; ацик-

⁷ Белл (Bell, 1973) предлагает современную версию этой позиции. После цитирования доказательства Эрроу в ряде мест, чтобы указать на трудность достижения решений посредством чисто демократического процесса, он предлагает оставить выбор за экспертами-технократами, которые формируют управляющую элиту в постиндустриальном обществе.

личность позволяет x_1 быть только по меньшей мере столь же хорошим, как и x_n , даже несмотря на $x_1 P x_2 P x_3 \dots x_{n-1} P x_n$. Путем замены транзитивности одним из этих условий при одновременном сохранении других аксиом Эрроу были доказаны теоремы о возможности. Однако Гиббард (Gibbard, 1969) показал, что требование квазитранзитивного упорядочения функции общественного выбора приводит к олигархии, которая может навязать свои единогласные предпочтения остальному обществу, а Браун (Brown, 1975) продемонстрировал, что ацикличность предоставляет право вето *каждому* члену подмножества комитета, которое сам Браун называет «коллекцией». ⁸ Таким образом, при смягчении условия непротиворечивости от транзитивности к квазитранзитивности, а затем и к ацикличности диктаторская власть распространяется вширь и трансформируется, но не исчезает до конца. Требование, чтобы процесс общественного выбора приводил к выработке решения, в некотором смысле наделяет одного или группу индивидов властью решать или хотя бы блокировать любой исход. ⁹

Хотя ослабление аксиомы транзитивности дает некоторое преимущество в распространении диктаторской власти среди более широкой группы людей, оно влечет за собой дополнительные затраты от внедрения некоей степени произвола в процесс (Sen, 1970a, pp. 47–55). Например, согласно квази-транзитивности, вместе с *aPc* могут сосуществовать *aIb* и *bIc*. Тогда при выборе между *a* и *b* общество может выбрать любую из этих альтернатив, но если к этому множеству добавить *c*, тогда общество должно выбрать только *a*. Если *a*, *b* и *c* представляют собой точки на границе Парето, возникнут распределительные последствия от выбора любой из них. Те, кто предпочитают *b*, могут подвергнуть сомнению этические основания процесса, который делает их судьбу зависимой столь капризным образом от набора рассматриваемых альтернатив.

Выгоды от ослабления аксиомы транзитивности сокращаются еще более при рассмотрении ограничений, которые следует наложить на модели упорядочения индивидуальных предпочтений для обеспечения соблюдения условий квазитранзитивности или ацикличности. По меньшей мере для правила большинства, условия, необходимые и достаточные для существования ацикличности, те же, что и необходимые для квазитранзитивности, а последние, в свою очередь, также обеспечивают транзитивность при нечетном числе индивидов. ¹⁰ Таким образом, если нужно сохранить такую характеристику, как наличие выбора из любой окружающей среды, немного что теряется при жесткой приверженности условию полной транзитивности.

⁸ См. также Blau and Deb (1977).

⁹ Для более детального обсуждения данного вопроса см. Brown (1973), Plott (1976, pp. 543–546) и Sen (1977a, pp. 58–63).

¹⁰ См. Sen and Pattanaik (1969), Inada (1970) и Sen (1977a).

Соображение, стоящее за требованием о том, чтобы финальный результат был независим от пути к нему, представляет собой нечто иное. Для начала здесь, очевидно, предполагается *путь* к финальному результату. Иными словами, выбор делается не из полного множества всех возможных кандидатов, а напротив, победители выбираются из подмножеств полного множества альтернатив. В свою очередь, эти подмножества противостоят друг другу некоторым образом, и происходит следование по заданному пути до тех пор, пока не будет найдено множество окончательного выбора. Требование, чтобы процесс общественного выбора не зависел от пути его достижения, приравнивается к требованию, чтобы множество окончательного выбора не зависело от того, как сформированы первоначальные подмножества из полного множества альтернатив (Plott, 1973).

Независимость пути связана с другим условием (и, на самом деле, предполагает его), которое получает большое внимание в литературе: свойство α Сена (Sen, 1969), о котором уже шла речь в гл. 23. Свойство α утверждает, что если x является элементом множества вариантов выбора, определяемого на полном множестве альтернатив S , тогда x является и элементом множества вариантов выбора любого соответствующего подмножества S , в котором он содержится. Свойство α — одно из группы свойств *последовательного сжатия*, которые были исследованы.¹¹ По мере того как множество альтернатив сжимается, x все равно должен продолжать выбираться, по крайней мере до тех пор, пока он является одной из альтернатив. Интуитивное представление здесь, пожалуй, очевидно: если x — лучший шахматист в мире, тогда он и лучший шахматист в Лондоне. Независимость от пути достижения в данном контексте подразумевает, что появление x в качестве чемпиона не зависит от того, как изначально упорядочены матчи на вылет. Последнее требование является явно более сильным, чем предыдущее, что объясняет, почему независимость от пути подразумевает свойство α , а не наоборот.

Дополняющими по отношению к α и другим свойствам последовательного сжатия являются множество свойств *последовательного расширения*, — такое как свойство β (Sen, 1969, 1970a, 1977a). Свойство β означает, что если x и y оба являются членами одного множества вариантов выбора для некоего подмножества S_1 из полного множества S , тогда x может быть членом множества вариантов выбора S тогда и только тогда, когда y также является таковым. Вернемся к нашим примерам с шахматистом-чемпионом: если оба, x и y , играют друг против друга в чемпионате Англии, тогда свойство β предполагает, что они оба должны быть среди тех, кто участвует в чемпионате мира, если хотя бы один из них в нем участвует. Как указывает Сен, в примерах такого рода весьма вероятно, что два индивида играют вничью в местном соревновании, но один из них выигрывает у всех прочих и становится чемпионом мира.

¹¹ См. Sen (1977a, pp. 63–71).

Таким образом, хотя свойство β может стать обоснованным ограничением, налагаемым на некоторые процессы выбора, например, когда соревнующиеся оцениваются в одном измерении, таком как, например, вес. Однако оно уже не кажется таким уж обоснованным, когда кандидаты оцениваются (или соревнуются) в нескольких измерениях. Поскольку более вероятно, что альтернативы, возникающие в контексте общественного выбора, принимают именно последнюю форму, то весьма возможно, что общественный процесс выработки решений будет ослаблять атрибут β и все равно не будет казаться иррациональным или несправедливым по своей природе.

Таким образом, из двух типов свойств интуитивная поддержка в пользу свойств последовательного сжатия или независимости от пути достижения кажется гораздо сильнее, чем для свойств последовательного расширения типа β . Что мы здесь ищем, так это общественный выбор или множество выборов, которые выиграют у всех остальных. Найдя такой выбор, было бы утешительно обнаружить, что его отбор не зависел от случайного пути, по которому проходили предыдущие соревнования (независимость от пути достижения), и что он мог бы снова конкурировать с любым другим подмножеством проигравших, опять выходя при этом победителем (свойство α). К сожалению, именно независимость от пути достижения и атрибут α , даже в своих самых слабых формах, приводят к диктаторскому или олигархическому упорядочению общественных предпочтений; единственные теоремы возможности, которые были доказаны, налагают свойства последовательного расширения типа β .¹²

Посмотрим далее, чем мы рискуем, если отказаться от всех остатков аксиомы транзитивности. Требование, чтобы процесс общественного выбора удовлетворял этой аксиоме, мотивировано отчасти желанием избежать трудностей непоследовательности и произвола. И кажется, такая точка зрения, в свою очередь, является результатом убеждения, что так же как для индивида *иррационально* демонстрировать противоречивые упорядочения предпочтений, так и для общества *неправильно* поступать таким же образом. Бьюкенен (Buchanan, 1954a) предпринял первое наступление на распространение Эрроу концепции индивидуальной рациональности на процесс коллективного выбора, сосредоточиваясь именно на этой аксиоме, а Плотт (Plott, 1972) расширил и обобщил эту линию критики. Если бы аксиома транзитивности безоговорочно заслуживала определенного положения в нашем конституционном множестве ограничений на процесс общественного выбора, тогда она должна была бы добиваться этого, демонстрируя, что произвольные исходы, вытекающие из заикливания упорядочения предпочтений, нарушают некоторые базовые этические нормы. А это не обязательно так. Небольшие комитеты часто прибегают к случайным процессам, таким как подбрасывание монеты или вытягивание соломинок, для решения

¹² Plott (1976, pp. 569–575); Sen (1977a, pp. 71–75).

прямо конфликтующих вопросов. Несмотря на очевидную произвольность, повсеместная популярность процедур случайного решения для разрешения конфликтных ситуаций позволяет предположить, что «честность» может быть более важной этической нормой, чем норма, фиксируемая аксиомой транзитивности для решений такого рода. Тогда можно подумать о замене понятия коллективной рациональности Эрроу требованием честности общественного процесса принятия решений. В таком случае условие транзитивности можно ослабить, просто провозгласив, что общество индифферентно ко всем вариантам выбора, находящимся на границе Парето. Любой выбор между этими точками будет в той или иной степени случайным, но он-то как раз и может найти всеобщее признание. Победители шахматного, теннисного или аналогичного соревнования с отсеиванием могут иногда зависеть от определенного набора жеребьевок (путей достижения результата). Однако представляется, что это не уменьшает широко распространенную признанность данной формы соревнования для определения «лучшего» игрока, поскольку метод определения порядка встреч считается честным, а природа процесса предотвращает выявление того, какая часть соревнования (игр) была фактически зависимой от пути достижения результата. Соответственно возможно, что процесс общественного принятия решений, который был нетранзитивным или зависимым от пути их достижения, но обладал дополнительными желаемыми свойствами, как, скажем, честность, может быть широко признан. Если существует более общее согласие, касающееся правил, чем транзитивность или другие свойства непротиворечивости, тогда проблема Эрроу разрешима (Кемп, 1954).

24.2.2. Неограниченная область определения

Обоснованность необходимости этой аксиомы — нечто сродни обоснованию требования свободы выбора или самовыражения. Каждый индивид должен быть свободен иметь любые упорядочения предпочтений, которые он может выбрать, и процесс коллективного выбора должен быть способным отражать эти предпочтения в соответствии с другими аксиомами. Хотя свобода выбора задевает ответную струну, мы уже видели, как быстро может вспыхнуть конфликт, когда у индивидов различные упорядочения предпочтений, даже при решении вопроса о способе использования определенного участка общественной земли. Возможен набор зациклившихся предпочтений, и если также требуется транзитивность, то мы действительно на пути к какому-нибудь результату в виде невозможности. Очевидно, что некоторые упорядочения предпочтений диаметрально противоположны друг другу. Это должно следовать с неизбежностью из аксиомы 1, которая ограничивает рассмотрение точками на границе Парето, т. е. чисто дистрибутивными вопроса-

ми. Учреждение процедуры работы комитета для решения этих вопросов без установки каких-либо ограничений на предпочтения, которые могут выражать индивиды, кажется обреченным на неудачу с самого начала. Действительно, Саари (Saari, 1994, p. 327) заметил, что комбинация неограниченной области определения и независимости от посторонних альтернатив позволяет упорядочениям индивидуальных предпочтений быть нетранзитивными. Тогда можно ли удивляться тому, что общественное упорядочение может нарушать транзитивность?

Существуют два метода работы с этой проблемой. Один — заменить неограниченную область определения другими аксиомами, ограничивающими типы упорядочения предпочтений, которые может отражать процесс коллективного выбора. В контексте теории общественного выбора это предполагает наложение конституционных ограничений на типы вопросов, которые могут выноситься на коллективное решение. Защита определенных прав собственности является одним из примеров такого ограничения. Каждый может быть членом сообщества, но не любое предпочтение может быть удовлетворено или даже нет необходимости фиксировать любое предпочтение как участвующее в процессе коллективного выбора. Альтернативным решением является ограничение входа в сообщество теми, чьи упорядочения предпочтений делают возможным коллективный выбор.

Первое, на что следует обратить внимание в данном контексте, — это то, что условие транзитивности индивидуальных предпочтений *не* решает проблему. Требуется нечто большее, например ограничение экстремальных вариантов.¹³ Однопиковость обеспечивает то, что правило большинства приводит к некоему результату, а именно к медианному, а однопиковость наряду с другими четырьмя аксиомами приводит к недиктаторской ФОБ. Но такой способ разрешения дилеммы требует жестких ограничений как на выбор вопросов, которые предполагается решать, так и на избирателей, которые должны участвовать в их решении (Slutsky, 1977b). Все проблемы должны быть из одномерного множества: количество пушек, количество учебников. Избиратели не могут одновременно рассматривать и количество, и виды учебников, а их предпочтения должны быть однопиковыми в данном одном измерении. Если воля судьбы даст нам избирателей такого рода, эти типы вопросов могут быть решены на основе правила большинства без нарушения других аксиом, хотя мы все еще останемся с избытком многомерных вопросов, которые предстоит решить каким-то иным способом. Если предпочтения некоторых индивидов являются многопиковыми, тогда эти индивиды должны быть каким-то образом изолированы и исключены из сообщества, или опять же может возникнуть результат в виде невозможности.

¹³ См. гл. 5.

Условия однопиковости и ограничения крайностей неявно вводят допущение некой степени гомогенности вкусов, поскольку должен существовать консенсус по поводу того, как упорядочены общественные выборы вдоль некоего левого-правого измерения.¹⁴ В более общем плане экспериментальная работа по циклам правила большинства, рассмотренным в гл. 5, показывает, что вероятность возникновения цикла уменьшается по мере того, как предпочтения избирателя становятся более «гомогенными», и увеличивается с увеличением «антагонизма» избирателя (Plott, 1976, p. 532). Такие выводы наводят на мысль о поиске путей ограничения членства в политическом сообществе людьми с достаточно гомогенными или взаимодополняющими предпочтениями во избежание результата в виде невозможности. Теории клубов и «голосования ногами» описывают процессы, посредством которых могут сформироваться группы с гомогенными вкусами. В отсутствие экстерналий между клубами (местными сообществами) и с совершенной мобильностью, свободным входом и т. п. такой процесс может избежать проблемы Эрроу. Но, как мы видели, при существовании экстерналий может возникнуть необходимость в принятии некоторых решений населением в целом, и тогда проблема невозможности будет присутствовать здесь, даже когда она решена в более мелких случаях. В таких весьма правдоподобных обстоятельствах гомогенность предпочтений может быть получена, только если индивиды принимают или уже имеют общий набор ценностей (Bergson, 1954). Обращения к разуму по Канту или неопределенности по Роулзу (Rawls, 1971) и Харшаньи (Harsanyi, 1955) также находятся в русле данных положений.

24.2.3. Независимость от посторонних альтернатив

Из всех аксиом независимость от посторонних альтернатив является объектом наибольшего обсуждения и критики.¹⁵ При доказательстве данной аксиомы Эрроу (Arrow, 1963, p. 110) привел следующий аргумент:

Условие независимости от посторонних альтернатив расширяет требования наблюдаемости на еще один шаг далее. При заданном наборе имеющихся у общества альтернатив для выбора можно ожидать, что в идеале можно рассмотреть все предпочтения между доступными альтернативами, но не будет возможности рассмотреть предпочтения относительно тех альтернатив, которые недоступны для общества... несомненно, процессы принятия общественных решений, которые не зависят от посторонних альтернатив, имеют серьезное практическое

¹⁴ Arrow (1963, p. 80) и Sen (1970a, pp. 166–171).

¹⁵ Как отмечалось в п. 3, формулировка аксиомы Эрроу отличается от формулировки, представленной здесь.

преимущество. В конце концов, каждая известная избирательная система удовлетворяет этому условию.

Здесь Эрроу защищает аксиому с точки зрения ограничения внимания только доступными альтернативами, а такая целевая установка аксиомы привела Плотта (Plott, 1971, 1976) к новой формулировке и к переименованию аксиомы в терминах недоступных альтернатив. Но в своем первоначальном рассмотрении аксиомы Эрроу представил пример, используя метод рангового упорядочивания (или метод Борда), обсуждаемый в гл. 7, при котором кандидаты ранжируются в соответствии с их положением в предпочтениях каждого избирателя. В приводимом Эрроу примере (Arrow, 1963, p. 27) из перечня x , y , z и w выигрывает x , однако x играет вничью с z , когда из списка исключается y . Таким образом, по методу Борда, исход игры зависит от характера полного списка кандидатов. Одной из целей Эрроу при использовании аксиомы независимости является отказ от таких процедур, как метод Борда, чтобы «знание того, что общественный выбор, делаемый при попарных сравнениях, в свою очередь, определяет все общественное упорядочение и, таким образом, функцию общественного выбора $C(S)$ для любой возможной окружающей среды» (p. 28). Теперь это в точности то, что достигает сформулированная ранее аксиома независимости (условие 5), и на самом деле из рассмотрения исключаются такие процедуры, как метод Борда. Таким образом, использование нами такой формы аксиомы независимости полностью соответствует целям, которые преследовал Эрроу при ее введении.¹⁶ Тогда вопрос ставится так: какова нормативная ценность ограничения информационного содержания процесса общественного выбора таким способом?

Результаты при использовании процедуры Борда и других аналогичных схем зависят от специфического (и полного) множества вопросов, которые должны быть решены. Соответственно отказ от аксиомы независимости повышает важность процесса, в ходе которого выбираются вопросы для решения, тогда как принятие этой аксиомы не повышает его важности. Когда выбор между x и y можно сделать, рассматривая предпочтения избирателей только относительно x и y , оставшуюся часть повестки дня можно и не знать. Такое свойство аксиомы независимости имеет весьма привлекательную экономию, но именно оно открывает дверь в бесконечное заикливание между теми самыми *прочими* вопросами повестки.

¹⁶ Однако, как показали Плотт (Plott, 1971, 1976) и Рэй (Ray, 1973), первоначальная формулировка аксиомы Эрроу, данная в п. 3, не исключает процедуры Борда, ограниченной результатами в доступном множестве. Но она исключает процедуру Борда, когда ранги устанавливаются для множества всех возможных альтернатив, доступных и недоступных, и, таким образом, ограничивает пределы использования этой процедуры для стратегического поведения (Plott, 1976). Дополнительные комментарии к данной аксиоме см. Bergson (1954), Blau (1972), Hansson (1973), Kemp and Ng (1987) и Saari (1994).

Ограничивая выбор между двумя альтернативами до информации по индивидуальному ранжированию этих двух альтернатив, аксиома независимости исключает любую информацию, с помощью которой можно количественно измерить и сравнить полезности, касающиеся нескольких людей (Sen, 1970a, pp. 89–91). Именно желание создать функцию благосостояния, которая не базировалась бы на межличностном сравнении полезностей, изначально мотивировало Эрроу (Arrow, 1963, pp. 8–11, 109–111). Оказалось, что существовали два обоснования для желания исключить информацию о количественной полезности из процесса коллективного выбора. Первое заключалось в том, что измерение количественной полезности сложно и произвольно, а любой процесс, который бы был основан на комбинировании сравниваемых межличностно количественных полезностей, был бы уязвим для злоупотребления со стороны тех, кто измеряет количественную полезность. Это и оказалось основным опасением Эрроу (Arrow, pp. 8–11). Оно основывается на взгляде Эрроу на процесс коллективного выбора как такой процесс, в котором информация собирается должностными лицами, делающими фактический выбор за все сообщество (pp. 106–108). Позволение этим официальным лицам заняться межличностным сравнением количественных полезностей наделило бы их большой произвольной властью, чего лучше избегать.

Однако опасность злоупотребления произвольной властью не возникает, если информация о количественной полезности предоставляется самими избирателями, как в случае, когда они участвуют в процессе, используя, скажем, процедуру голосования по очкам, описанную в гл. 8. Однако теперь возникает другая проблема. Такие процедуры уязвимы к стратегическому искажению предпочтений. Аксиома независимости исключает не только эти склонные к стратегическому поведению процедуры, но и все процедуры голосования, которые уязвимы по отношению к таковому поведению. Эта свойство достаточно важно для его отдельного рассмотрения.

24.3. Гарантированные от стратегического поведения функции общественного благосостояния

Предыдущее обсуждение указывает на то, что важной целью Эрроу при введении аксиомы независимости от посторонних альтернатив было устранение возможности для индивидов улучшить свое положение в результате процедуры коллективного принятия решений, если они не заявляют о своих истинных предпочтениях как вложениях в процесс коллективных решений. Викри (Vickrey, 1960, pp. 517–519) рассуждал о том, что иммунитет к стратегическим манипуляциям и удовлетворение аксиомы независимости логически эквивалентны, и впоследствии это представление было строго обосновано Гиббардом (Gibbard, 1973) и Саттервайтом (Satterthwaite, 1975).

Отношение между независимостью от посторонних альтернатив и неуязвимостью стратегии наиболее четко сформулировано Блином и Саттеруайтом (Blin and Satterthwaite, 1978).

Гарантированность от стратегического поведения. Пусть M_i — информация, которой i снабжает процедуру голосования, когда формулирует свои истинные предпочтения. Пусть M'_i — любое ложное заявление предпочтений i . Пусть x будет общественный результат процедуры голосования, когда i заявляет M_i и все прочие избиратели j заявляют свои истинные предпочтения M_j . Пусть y будет общественный результат процедуры голосования, когда i заявляет M'_i , а все прочие избиратели j заявляют свои истинные предпочтения M_j . Тогда процедура голосования гарантирована от стратегического поведения тогда и только тогда, если для всех возможных M'_i не найдется такого y , что $y P_i x$.

Другой способ представить гарантированность от стратегического поведения заключается в том, что каждый профиль истинных предпочтений должен находиться в равновесии по Нэшу при процедуре голосования (Blin and Satterthwaite, 1978, p. 257, n. 10).

Блин и Саттеруайт впервые доказывают теорию невозможности (подобную теории Эрроу) для трех аксиом: отсутствия диктатуры, Парето-оптимальности и независимости от посторонних альтернатив, и двух до сих пор не определенных аксиом: рациональности и положительной связи. Аксиома рациональности просто утверждает, что процедура голосования должна определять упорядочение общественных предпочтений и включаться в категорию транзитивности. Аксиома положительной связи требует, что если благо x выбирается при одном профиле индивидуальных предпочтений, тогда оно должно быть выбрано также и при другом профиле, отличающемся от первого только тем, что x ранжируется более высоко в упорядочении предпочтений одного или нескольких индивидов.¹⁷

Затем Блин и Саттеруайт показывают, что эти три аксиомы — рациональности, независимости от посторонних альтернатив и положительной связи — эквивалентны аксиомам рациональности и гарантированности от стратегического поведения. Таким образом, гарантированность от стратегического поведения и независимость от посторонних альтернатив не являются эквивалентными аксиомами, но когда одна требует, чтобы процесс выборов был рационален, т. е. чтобы он определял непротиворечивое общественное упорядочение, аксиомы становятся близки к эквивалентности.

¹⁷ Отметим, что данная аксиома не тождественна аксиоме положительного реагирования, использованной в теореме Мэя (May, 1952) для правила большинства (рассмотренного ранее в гл. 6). Скорее, она схожа с неотрицательным реагированием, как таковое определено Сенем (Sen, 1970a, pp. 68–69, 74–77).

Поскольку аксиомы рациональности, независимости от посторонних альтернатив и положительной связи эквивалентны аксиомам рациональности и гарантированности от стратегического поведения и невозможно иметь такую процедуру голосования, которая удовлетворяла бы одновременно условиям рациональности, независимости от посторонних альтернатив, положительной связи, отсутствия диктатуры и Парето-оптимальности, то невозможно говорить и о такой процедуре голосования, которая удовлетворяла бы аксиомам рациональности, гарантированности от стратегического поведения, отсутствия диктатуры и Парето-оптимальности. Чтобы увидеть логику этого вывода, рассмотрим простой пример с двумя избирателям (1 и 2) и тремя альтернативами (x, y, z).¹⁸ Каждый избиратель может упорядочить три альтернативы шестью различными способами. Таким образом, имеется 36 возможных комбинаций для упорядочения предпочтений двух избирателей, шесть из которых представлены в табл. 24.1.

Таблица 24.1. Возможные упорядочения (6 из 36) предпочтений двух избирателей по трем вопросам

1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
x	x	x	x	x	y	x	y	x	z	x	z
y	y	y	z	y	x	y	z	y	x	y	y
z	z	z	y	z	z	z	x	z	y	z	x

Предпочтения избирателя 1 одинаковы во всех шести случаях, xP_1yP_1z , а предпочтения избирателя 2 перебирают все множество из шести возможных упорядочений. В первых двух комбинациях, или упорядочениях, оба избирателя оценивают x выше прочих альтернатив. Значит, в соответствии с принципом Парето x должно быть общественным выбором, если оба избирателя заявляют любой из этих наборов предпочтений. Применяя принцип Парето далее, мы установим следующие ограничения на общественный выбор для шести комбинаций предпочтений.

$$x \quad x \quad x \text{ или } y \quad x \text{ или } y \quad x \text{ или } z \quad x \text{ или } y \text{ или } z$$

Предпочтения избирателя 1 одинаковы во всех шести случаях. Если избиратель 1 честно заявляет свои упорядочения предпочтений, тогда любые возникающие несоответствия в результатах должны возникать вследствие расхождений с предпочтениями, заявляемыми избирателем 2. Теперь рассмотрим

¹⁸ Этим примером мы следуем описанию Фельдмана (Feldman, 1979, pp. 465–472). Калай и Мюллер (Kalai and Muller, 1977) показывают, что гарантированная от стратегического поведения ФОБ существует для любой группы из $n > 2$ тогда и только тогда, когда она существует для группы из двух. Соответственно, полного доказательства для комитета из двух будет достаточно для общего случая.

третий случай, когда предпочтения второго избирателя yP_2xP_2z . Упорядочение предпочтений в сочетании с упорядочением первого избирателя должно принести результат x или y , поскольку общественный выбор должен отвечать принципу Парето. Представим, что этот третий случай приносит общественный результат x . Второй избиратель предпочитает y перед x , согласно предпочтениям, указанным для данного третьего случая. Если это его истинные предпочтения, а правило голосования было таким, что y является результатом при условии, что избиратель 2 заявляет любые из предпочтений 4, 5 или 6, тогда процедура не будет гарантирована от стратегического поведения; тогда избиратель 2 заявит такие упорядочения предпочтений, которые приведут к результату y при условии, что избиратель 1 честно заявил о своих упорядочениях. Таким образом, принимая во внимание, что x — общественный результат в случае 3, y не может быть результатом в случаях 4, 5 и 6, а мы теперь имеем следующие ограничения на общественный результат, накладываемые гарантированностью от стратегического поведения.

$x \quad x \quad x \quad x \quad x$ или $z \quad x$ или z

При предпочтениях в случае 4 (yP_2zP_2x), избиратель 2 предпочитает z перед x . Если предпочтения второго избирателя истинны, а z является общественным выбором для случая 5 или 6, тогда избиратель 2 опять же получает стимул исказить свои предпочтения таким образом, чтобы они были аналогичны предпочтениям для случая 5 или 6, когда на самом деле они таковы, как в случае 4. Таким образом, гарантированность от стратегического поведения требует, чтобы x было общественным выбором для пары упорядочений предпочтений в случаях 5 и 6. Но это подразумевает, что x является общественным выбором, когда предпочтения первого избирателя xP_1yP_1z , независимо от того, каковы предпочтения второго избирателя, что говорит о том, что избиратель 1 является диктатором.

Если бы мы предположили, что результат в случае 3 — y , тогда можно было бы показать, что отсутствие манипуляций требует, чтобы избиратель 2 был диктатором. Оставшиеся 30 случаев можно разобрать аналогичным образом.

Из этого примера очевидно следует тесная связь между гарантированностью от стратегического поведения и независимостью от посторонних альтернатив. В третьей комбинации индивидуальных предпочтений, представленной в табл. 24.1, два индивида расходятся только по отношению к тому, является ли x лучше, чем y , или наоборот. Аксиома независимости ограничивает общественный выбор только использованием информации от ранжирования пары этих благ двумя индивидами при выборе общественно предпочтительного результата. Если в процессе общественного выбора в данной ситуации результатом является x , тогда он делает предпочтения избирателя 1 доминиру-

ющими над предпочтениями избирателя 2 и первый становится диктатором. Если общественным выбором является u , тогда второй избиратель становится диктатором.

Если выбор альтернативы с помощью процедуры голосования чувствителен к полному раскрытию избирателем его предпочтений по поводу трех или более вопросов из их набора, простор для стратегического манипулирования процедурой существует *до тех пор, пока* один избиратель не рассматривается как диктатор. Диктатор имеет стимул быть честным, а предпочтения других избирателей не имеют значения. Когда процедура голосования обрабатывает информацию только по индивидуальным порядковым предпочтениям по парам вопросов, как требует аксиома независимости, а сама процедура характеризуется положительным реагированием, тогда избиратели будут честно заявлять свои истинные предпочтения. Но информации по порядковым предпочтениям по паре вопросов в общем случае недостаточно для определения последовательного упорядочения общественных предпочтений по поводу полного набора вопросов. Приходится сделать одного избирателя диктатором, чтобы гарантировать транзитивность общественных предпочтений.

Литература по вопросам общественного выбора строится на поведенческом постулате о том, что индивиды рационально и раболопно преследуют свои собственные интересы. Когда результатом процедуры голосования можно манипулировать путем обмана, этот постулат требует предположения, что избиратели будут обманываться. Отсюда в литературе по проблеме общественного выбора проявляется озабоченность нахождением гарантирующих от обмана процедур голосования, и важность теорем, устанавливающих невозможность нахождения таких процедур.

Однако не следует преувеличивать негативную сторону этих теорем. В гл. 14 мы видели, что предположение о рациональности и эгоистическом интересе не дает нам достаточно удовлетворительной теории, предсказывающей поведение избирателя. Оказывается, что индивиды принимают условия такого поведения, которое не вписывается в узкое определение эгоистического. Непонятно, до какой степени индивиды, голосующие из чувства «гражданского долга», будут голосовать стратегически, даже если они могут вычислить, каковым должно быть их стратегическое голосование.¹⁹

Более сложные процедуры голосования, обсужденные в гл. 8, требуют стратегий манипулирования, которые, вероятнее всего, находятся за рамками возможностей большинства избирателей. Очевидная стратегия перегрузки очковыми голосами наиболее предпочитаемых кандидатов сдерживается в версии очкового голосования Хилланда и Зекхаузера (Hylland and Zeckhauser, 1979) через использование процедуры агрегирования квадратных корней.

¹⁹ Кокс (Cox, 1977) предоставляет достаточные свидетельства, подразумевающие, что небольшая, но нетривиальная доля граждан на самом деле голосует стратегически на некоторых выборах.

Процесс выявления спроса является гарантированным от стратегического поведения, хотя, возможно, и не оптимальным по Парето.²⁰ Голосование через вето также гарантировано от стратегического поведения, но не определяет упорядочения общественных предпочтений.²¹ Важность результатов в виде невозможности в связи с гарантированностью от стратегического поведения следует изучать в каждом отдельном случае. Экспериментальные результаты Вернона Смита (Vernon Smith, 1977), указывающие, что студенты, использующие метод аукциона в голосовании, не вели себя стратегически, нужно снова привести как свидетельство того, что то, что один доказывает как несомненную гипотетическую возможность, не всегда случается.

24.4. Выводы для теории общественного выбора

Теорема Эрроу основана на пяти аксиомах, которые оказываются достаточно умеренными и разумными ограничениями, которые накладываются на процесс коллективного выбора. Теорема гласит, что не существует ни одного такого процесса, который удовлетворял бы одновременно всем пяти аксиомам. При разработке процесса коллективного выбора, написании нашей политической конституции мы вынуждены нарушать одну или более аксиом (хотя, поступая таким образом, мы можем оказаться в состоянии удовлетворить другие) и еще больше можем добавить к списку.

С точки зрения теории общественного выбора можно выделить два многообещающих пути, вытекающих из парадокса Эрроу. Один — отбросить аксиому транзитивности и отказаться от поиска *лучшей* альтернативы, а именно общественного предпочтения. На ее место можно поставить требование, чтобы процесс общественного выбора был справедливым или отвечал некоторой другой демократической ценности, которой обычно придерживаются. Например, одна из процедур вероятностного голосования с желательными нормативными свойствами, такая как голосование через вето, могла бы заменить детерминистическую (см. предыдущую сноску). Альтернативный

²⁰ Процесс выявления спроса также нарушает допущение о неограниченной области определения путем помещения определенных ограничений на индивидуальные предпочтения; например, предпочтение платить меньшие суммы налогов, а не большие. См. Sugden (1981, pp. 164–165).

²¹ Голосование через вето приписывает вероятности результатам в достижимом множестве, а не определяет общественное упорядочение этих результатов (Mueller, 1984). В общем, правила вероятностного голосования, удовлетворяющие условию позитивной связи, как и голосование через вето, преуспевают гораздо лучше по отношению к гарантированности от стратегического поведения, чем детерминистические правила. См. Gibbard (1977) и Barbera (1977). Отметим также схожесть между этими и результатами для моделей политической конкуренции (гл. 11 и 12).

путь: если необходимо провести общественное упорядочение, то тогда следует ослабить либо аксиому независимости, либо аксиому неограниченной области определения.

Если продолжить интерпретировать данные аксиомы как ограничения на процесс коллективного выбора, прописанные в конституции, то такие выводы имеют следующее значение. Аксиома 1 ограничивает рассмотрение точками на границе Парето. Но выбор среди этих точек напрямую включает в себя вопросы распределения, а циклы будут иметь место при применении любого процесса голосования, требующего менее чем полного единогласия. Таким образом, при выборе правила большинства или иного правила, требующего менее чем единогласия, следует включать в конституцию некий справедливый или, иначе, всеобщее принимаемый способ разрушения циклов.

Ослабление допущения о неограниченной области в виде допущения только однопиковых предпочтений не кажется очень многообещающим выходом из парадокса, поскольку совсем немного вопросов реалистично мыслить в качестве одномерных. Когда коллективные решения ограничиваются поставкой общественных благ, ограничение на предпочтения, которые лежат в основе теоремы Каплина и Нэйлбуффа (Caplin and Nalebuff, 1988), вероятнее всего будут выполняться, а циклов можно будет избежать, требуя для прохождения вопросов большинства, превышающего 64%. И все же какое-то другое правило голосования потребуется в случае обращения с вопросами перераспределения.

В качестве альтернативы можно рассмотреть разработку конституции таким образом, чтобы позволить выявить предпочтения на общественные блага через добровольные ассоциации в частных и местных клубах. Такое решение преодолевает проблему путем наложения некой разновидности условия единогласия, но опять же оставляет в стороне все соображения перераспределения и проблемы преодоления различий во мнениях относительно всеобщих общественных благ.

Там, где стратегическое поведение не является проблемой, можно использовать одну из процедур, которые собирают информацию по предпочтениям избирателей по всему множеству альтернатив, например процедуру Борда или очковое голосование. Однако, как отмечалось в гл. 8, нормативные характеристики этих процедур сильно зависят от того, какие вопросы включаются в пакет решений. Так, ослабление допущения о неограниченной области определения или о независимости от посторонних альтернатив поднимает следующие проблемы: какие вопросы следует решить, кто их будет решать и каковы характеристики этих лиц, какие предпочтения следует взвесить и какой удельный вес придать каждому. Такие решения прямо или косвенно включают межличностные сравнения полезностей и должны базироваться на неких дополнительных постулатах, которые, если вводятся явно, будут подразумевать конкретные межличностные сравнения полезностей. От последних

невозможно уклониться, если предполагается провозглашение предпочтительного общественного выбора.²²

Завершим обсуждение аксиоматической ФОБ Эрроу на той же точке, что и содержащей реальные оценки ФОБ Бергсона–Самуэльсона.

Библиографические примечания

Различие между ФОБ Эрроу и ФОБ Бергсона–Самуэльсона является предметом больших споров (Arrow, 1963, pp. 23–24; Samuelson, 1967; Sen, 1970a, pp. 33–36).

Во многих книгах и статьях описывается и развивается результат в виде невозможности, впервые установленный Эрроу. См., в частности, следующие работы: Riker (1961, 1982b), Rothenberg (1961), Arrow (1963, ch. 8), Sen (1970a, 1977a,b, 1999), Pattanaik (1971, 1997), Taylor (1971), Fishburn (1973), Plott (1976), Kelly (1978), MacKay (1980), Suzumura (1983) и Saari (1994).

²² Kemp and Asimakopulos (1952), Hildreth (1953), Bergson (1954), Sen (1970a, pp. 123–125, 1974, 1977b).